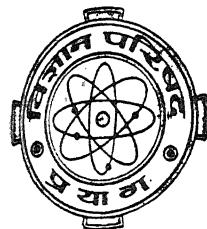
ISSN 0505-5806

VIJNANA PARISHAD ANUSANDHAN PATRIKA

THE RESEARCH JOURNAL OF THE HINDI SCIENCE ACADEMY

विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका

Vo. 36 July 1993 No. 3

[कौंसिल आफ साइंस एण्ड टेकनॉलाजी उत्तर प्रदेश तथा
कौंसिल आफ साइंटिफिक एण्ड इण्डस्ट्रियल रिसर्च
नई दिल्ली के आर्थिक अनुदान द्वारा प्रकाशित]

विषय-सूची

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 36, No. 3, 1993

हजारीबाग तथा गिरिडीह क्षेत्र के इनफरटाइल युग्मों का सर्वेक्षण

चतुर्भुज साहु
मानव विज्ञान विभाग, गिरिडीह कॉलेज, गिरिडीह (बिहार)

[प्राप्त—जनवरी 2, 1993]

सारांश

फरटिलिटी मुख्यत: हॉरमोनों के द्वारा नियन्त्रित होती है। यह आनुवंशिक कारक है फिर भी विभिन्न सामाजिक, सांस्कृतिक तथा मनोवैज्ञानिक कारकों द्वारा भी प्रभावित होती है।

प्रस्तुत अध्ययन के लिए हजारीबाग तथा गिरिडीह जिले के विभिन्न क्षेत्रों से 163 ऐसे युग्मों को चुना गया है जिनमें फरटिलिटी के सामान्य लक्षण हैं फिर भी उन्हें इनफरटाइल कहा जा रहा है। इन युग्मों का व्यक्तिगत रूप से निरीक्षण किया गया तथा निम्नलिखित प्राचलों से सम्बन्धित सूचना एकत्र की गई—(i) इनफरटाइल युग्मों की शैक्षणिक स्थिति (ii) मासिक धर्म की उम्र (iii) मासिक स्राव की अवधि (iv) मासिक चक्र (v) मासिक स्राव की प्रकृति (vi) रजोनिवृत्ति (मेनोपाउज) की उम्र (vii) विवाह की उम्र (viii) इनफरटाइल युग्मों की वैवाहिक जीवन अवधि (ix) पुरुषों/महिलाओं में दूसरी शादी करने की इच्छा।

उपर्युक्त सभी प्राचलों के विश्लेषण से यह स्पष्ट पता चलता है कि उक्त सभी युग्मों में बच्चा पैदा करने के सभी लक्षण सामान्य होते हुए भी उन्हें बच्चा नहीं हुआ। कुछ मामलों में गर्भ-धारण हुआ लेकिन समय के पूर्व ही गर्भ नष्ट हो गया। अतः ये युग्म फरटाइल होते हुए भी इनफरटाइल कहे जाते हैं।

Abstract

A survey of infertile couples in Hazaribag and Giridih areas. *By* Chaturbhuj Sahu, Department of Anthropology, Giridih College, Giridih, Bihar.

Fertility is generally used to indicate the actual reproductive performance of a woman or groups of women. It is the vital process of life through which addition is brought in a population. It is genetical factor even then it is affected by social, cultural and psychological factors.

In the present study an attempt has been made to observe the effect of socio-menstrual parameters among 163 infertile couples of Hazaribag and Giridih areas of Bihar. The parameters are—(i) Educational status of infertile couples (ii) Menarchal age, (iii) Duration of menstrual flow (iv) Menstrual cycle (v) Nature of bleeding, (vi) Menopause age (vii) Age at Marriage (viii) Married life span of infertile couples (ix) Tendency to re-marriage in male/female.

On analysing the above parameters it is found that the infertile couples are having normal fertility behaviour and there was found no apparent cause of infertility.

फरटिलिटी शब्द सामान्यत: किसी औरत या औरतों के समूह के वास्तविक प्रजनन कार्य को इंगित करने के लिए व्यवहार में लाया जाता है। फरटिलिटी को मापने का एकमात्र तरीका है क्रूड जन्म दर। यह जीवित पैदा होने वाले बच्चों की संख्या है जो एक निश्चित समय में और निर्धारित अवधि में होती है। यह साधारणत: एक वर्ष में एक हजार आबादी पर निकाली जाती है। फरटिलिटी दो प्रकार की होती है :

(i) प्राकृतिक फरटिलिटी

(ii) नियन्त्रित फरटिलिटी

प्राकृतिक फरटिलिटी में जानबूझ कर जन्म पर नियन्त्रण नहीं लगाया जाता है जबकि नियन्त्रित फरटिलिटी में जन्म पर नियन्त्रण लगाया जाता है। जन्म-नियन्त्रण का व्यापक प्रयोग किया जाता है जिसके अन्तर्गत अन्तर्राष्ट्रीय गर्भपात तथा अन्य विधियाँ सन्निहित हैं।

फरटिलिटी को प्रभावित करने वाले कारक

अप्रत्यक्ष सामाजिक कारक के अन्तर्गत विवाह की उम्र, बहुपत्नीत्व, तलाक, विच्छेद, संयम एवं मासिक धर्म, ब्रह्मचर्य, क्वाइट्स की बारम्बारता इत्यादि सम्मिलित हैं।

प्रत्यक्ष सामाजिक कारकों में मौखिक गोलियाँ, लूप, कैन्डोम, गर्भपात, शिशुवध भ्रूणवध इत्यादि आते हैं।

सामाजिक कारकों के अन्तर्गत सामाजिक स्तर, आर्थिक स्थिति, व्यावहारिक स्तर, शिक्षा, नगरीय एवं ग्रामीण निवास, पारिवारिक पद्धति, महिलाओं का सामाजिक स्तर, बच्चों के प्रति भावना, धर्म, मृत्यु दर, विज्ञान की भूमिका, वर्तमान स्तर को कायम रखने की इच्छा आदि आते हैं।

फरटिलिटी (fertility) किसी व्यक्ति या व्यक्तियों के समूह की वास्तविक प्रजनन शक्ति को इंगित करती है जबकि फेकनडिटी (Fecundity) किसी पुरुष या स्त्री या युग्म का प्रजनन कार्य में हिस्सा लेने की क्षमता है। फरटिलिटी को जन्म दर के आधार पर मापा जा सकता है परन्तु फेकनडिटी को नहीं मापा जा सकता है।

फरटिलिटी एवं मरणशीलता (mortality) जनसंख्या वृद्धि के आधारभूत निश्चित गुणक हैं तथा जीवन की महत्वपूर्ण प्रक्रियाएं हैं। इनके द्वारा मानव समाज को समझने के लिए आवश्यक लक्षणों को व्यक्त किया जाता है।

फरटिलिटी एक प्रक्रिया है जिसके द्वारा जनसंख्या में वृद्धि होती है। वर्तमान समय में पूरे विश्व में लोगों का ध्यान फरटिलिटी की ओर आकर्षित हो रहा है क्योंकि मृत्यु दर में काफी कमी आई है और फरटिलिटी दर में कोई परिवर्तन नहीं हुआ है। अतः जनसंख्या वृद्धि को कम करने के लिए फरटिलिटी में कमी लाना होगा। मृत्यु दर में कमी लाने में सफलता मिली है लेकिन फरटिलिटी के सन्दर्भ में इस प्रकार की कोई भी उपलब्धि नहीं हुई है। कोक्स[1] ने फरटिलिटी को वास्तविक जन्म घटना विशेषकर जीवित जन्म की घटना कहा है। कई अध्ययनों में यह पाया गया है कि अधिक ऊंचाइयों में जनन शक्ति एवं फरटिलिटी में कमी आती है (हॉफ तथा एबेलसन[2], एबेलसन तथा अन्य[3], बेकर[4] तथा क्लेग[5]) परन्तु कई अन्य अध्ययनों में ठीक इसके विपरीत परिणाम मिले हैं अर्थात् फरटिलिटी एवं अधिक ऊंचाई के बीच कोई नकारात्मक सह-सम्बन्ध नहीं है। इन अध्ययनों से पता चलता है कि अधिक ऊँचाई हिमालयन जनसंख्या में उच्च फरटिलिटी कायम है और उनके फरटिलिटी स्तर में तथा निम्न ऊँचाई या समतल क्षेत्र की आबादी में कोई महत्वपूर्ण अन्तर नहीं है।

मरणशीलता अस्वस्थ्यता और मृत्यु दर दोनों का परिणाम है अर्थात् यह मरने वाले अस्वस्थ व्यक्तियों की समानुपाती है। फरटिलिटी के ही समान विकासशील और विकसित क्षेत्रों के बीच मरणशीलता में अन्तर है। विकासशील क्षेत्रों में मरणशीलता दर विकसित क्षेत्रों की तुलना में अधिक है। विकसित क्षेत्रों में पुरुष की तुलना में औरतों की उम्र अधिक है लेकिन भारत में ठीक इसके विपरीत स्थिति है। भारत में उच्च मरणशीलता को रोक कर निम्न स्तर पर लाने में सफलता मिली है पर बच्चों की मृत्यु दर अभी भी अधिक है।

मानव की जनन शक्ति एवं फरटिलिटी बहुत ही जटिल है जिसने कई क्षेत्रों के शोधकर्त्ताओं का ध्यान आकर्षित किया है। मानवीय फरटिलिटी विभिन्न प्रकार के हॉरमोनों—ऑस्ट्रोजीन, प्रोजेस्टेरॉन आदि के द्वारा मुख्य रूप से नियन्त्रित होती है तथा यह एक आनुवंशिक कारक भी है। यद्यपि मानवीय जननशक्ति और फरटिलिटी जटिल जैवीय तथा आनुवंशिक कारक है (लोरीमर[6]) फिर भी विभिन्न सामाजिक, सांस्कृतिक तथा मनोवैज्ञानिक कारकों द्वारा भी अत्यधिक प्रभावित होती है। इसी सामाजिक कारक ने मानवीय जननशक्ति एवं फरटिलिटी को अत्यधिक जटिल बना दिया है।

मानव में जननशक्ति को मापने के लिए कोई विशेष पद्धति नहीं है परन्तु औरतों में मासिक धर्म की शुरुआत से उससे निवृत्ति की अवधि को गिनकर इसकी गणना की जाती है। इसलिए मानव

जतसंख्या में मानवीय जननशक्ति के अध्ययन के लिए जैवीय-सांस्कृतिक, सामाजिक-मनोवैज्ञानिक तथा कार्यकीय-ओषधीय कारकों पर विशेष बल दिया गया है।

रायवर्मन[7] ने विभिन्न सामाजिक, आर्थिक एवं सांस्कृतिक स्थितियों के सन्दर्भ में भारतीय परिस्थितियों पर मानवीय फरटिलिटी के विभिन्न कार्यों का उल्लेख करते हुए एक नया परिणाम निकाला है। उन्होंने कार्यक्षेत्रों को सूचित करते हुए सुझाव दिया कि भारत में डेमोग्राफिक स्थिति को समझते हुए कुछ लाभदायक शोधकार्य किया जा सकता है। इसी प्रकार का कार्य घोष तथा अन्य[8] ने भी किया है।

हमने हजारीबाग तथा गिरिडीह जिले के विभिन्न समुदायों में इनफरटिलिटी पर कार्य किया है। इसके लिए ऐसे दम्पतियों को चुना गया है जिनमें बच्चा पैदा करने के सारे गुण सामान्य हैं पर उन्हें बच्चा नहीं होता। यह समस्या पूरे विश्व में है तथा बोनर[9] के अनुसार 5-15% दम्पतियों में यह समस्या पायी गयी है।

प्रयोगात्मक

प्रस्तुत अध्ययन के लिए 163 युग्मों को चुना गया जिनका इलाज किसी न किसी मानक चिकित्सक से हुआ है और उन्हें सामान्य लक्षण वाली महिला/पुरुष घोषित किया गया है। फिर भी उन्हें कोई बच्चा नहीं हुआ। कुछ मामलों में महिलायें गर्भ-धारण कर लेती हैं लेकिन समय से पूर्व ही गर्भ-पात हो जाता है। इसके लिए प्रायः सभी समुदायों से आँकड़े प्राप्त किये गये लेकिन विशेषकर तेली, कहार एवं कुर्मी जाति के लोगों ने सूचना देने में अधिक रुचि दिखाई इसलिए उनकी तीन पीढ़ियों तक का इतिहास भी प्राप्त किया गया। इस कार्य के लिए अशिक्षित, कम शिक्षित तथा शिक्षित सभी तरह के परिवारों (हिन्दू एवं मुस्लिम) को चुना गया है। अग्रवाल[10] एवं श्रीवास्तव[11] ने अपने-अपने अध्ययन के फलस्वरूप पाया है कि अनपढ़ तथा बहुत कम शिक्षित महिलाओं ने औसतन 4.33 बच्चे उत्पन्न किये हैं जबकि मैट्रिक से अधिक शिक्षित महिलाओं में यह जन्म 2.22 ही है। अतः फरटिलिटी को कम करने के लिए यह आवश्यक हो जाता है कि महिलाओं में उच्च से उच्च शिक्षा का प्रसार हो।

शोध के दौरान निम्नलिखित प्राचलों से सम्बन्धित सूचनायें एकत्र की गईं—

(1) इनफरटाइल युग्मों की शैक्षणिक स्थिति

(2) मासिक धर्म की उम्र

(3) मासिक स्राव की अवधि

(4) मासिक चक्र

(5) मासिक स्राव की प्रकृति

(6) रजोनिवृत्ति की उम्र (मेनोपाउज)

(7) विवाह की उम्र

(8) इनफरटाइल युग्मों की वैवाहिक जीवन-अवधि

(9) पुरुषों/महिलाओं में दूसरा विवाह करने की इच्छा।

परिणाम तथा विवेचना

सारणी 1 में इनफरटाइल युग्मों की शैक्षणिक स्थिति को दर्शाया गया है। सारणी के विश्लेषण से यह स्पष्ट पता चलता है कि पुरुषों (पतियों) में मध्यम स्तर तक की शिक्षा अन्य दोनों प्रकारों (अनपढ़ तथा मैट्रिक और उससे अधिक) से अधिक (36.80%) है, परन्तु अन्य दोनों प्रकार की संख्या लगभग बराबर है। पत्नियों में की दयनीय स्थिति देखी गयी। 68.71% पत्नियाँ अनपढ़ हैं तथा मैट्रिक एवं उससे अधिक शिक्षित पत्नियाँ 4.47% हैं। अनपढ़ पत्नियाँ पतियों की तुलना में दोगुनी से भी अधिक हैं और उच्च शिक्षा की तुलना में नगण्य ही है। बजेमा[12], रीड तथा रीड[13], गिब्सन तथा अन्य[14] ने अपने अध्ययन में फरटिलिटी एवं शिक्षा के बीच सीधा सह-सम्बन्ध पाया है। सिंघल तथा अन्य[15] को पंजाब के इनफरटाइल युग्मों में शिक्षा दर अधिक मिली है जो इंगित करती है कि इनफरटिलिटी के लिए शिक्षा-स्तर का कुछ भी योगदान नहीं है।

सारणी 1

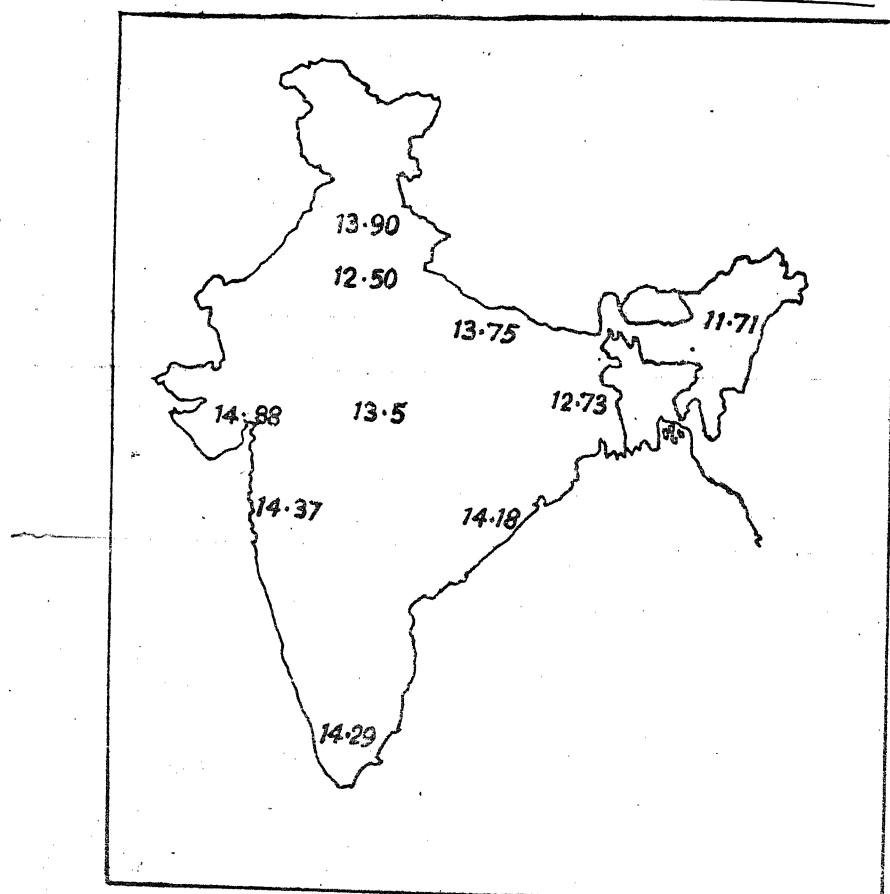
इनफरटाइल युग्मों की शैक्षणिक स्थिति

शिक्षा	पति	%	पत्नी	%
अनपढ़	53	32.51	112	68.71
मिडिल	60	36.80	44	27.0
मैट्रिक एवं उससे अधिक	50	30.69	7	4.27

स्त्रियों में मासिक धर्म की उम्र को युवावस्था माना जाता है। युवावस्था को सामान्यतः प्रजनन कार्य से सम्बन्धित किया जाता है। स्त्री तथा पुरुष के प्रजनन कार्य में अन्तर होता है। कायिकी प्रक्रिया प्रजनन कार्य नियन्त्रित करती है जिसके द्वारा मानव की वृद्धि एवं विकास का अध्ययन किया जाता है। वैसे अलग-अलग जनसंख्या में युवावस्था अलग-अलग पायी गयी है। भारतीय स्त्रियों में मासिक धर्म की उम्र से सम्बन्धित अनेक कार्य हुए हैं जिसे भारतीय मान चित्र में दर्शाया गया है। मानचित्र से पता चलता है कि समुद्र तटीय क्षेत्रों में मासिक धर्म शुरू होने की औसत उम्र 14.18 वर्ष से लेकर 14.88 वर्ष तक है जबकि अन्य क्षेत्रों में यह इससे कम है—असम क्षेत्रों में 11.71 वर्ष, बंगाल में 12.73 वर्ष, दिल्ली में 12.50 वर्ष तथा काश्मीर क्षेत्र में 13.90 वर्ष है।

सारणी 2

मासिक धर्म की प्रारम्भिक उम्र

उम्र	संख्या	%
12	35	21.47
13	58	35.58
14	49	30.06
15	15	9.20
16	6	3.68

चित्र-1 भारत के विभिन्न क्षेत्रों में मासिक धर्म शुरू होने की औसत उम्र

प्रस्तुत अध्ययन में मासिक धर्म की औसत उम्र 14 वर्ष पायी गयी है लेकिन अधिकतर महिलाओं में इसकी शुरुआत 13 वर्ष की उम्र में हुई है। 16 वर्ष की उम्र में मासिक धर्म शुरू होने वाली महिलाओं की संख्या **3.68%** है। इस प्राचल में भी इनफरटाइल पत्नियाँ सामान्य लक्षण प्रदर्शित करतीं हैं।

सारणी 3

मासिक स्राव की अवधि

दिन	संख्या	%
1-2	6	3.68
2-3	63	38.65
3-4	47	28.83
4-5	24	14.72
5-6	12	7.36
6-7	7	4.29
7-8	4	2.45

मासिक स्राव की अवधि 1 दिन से 8 दिन तक पायी गयी हैं जिसमें 2-3 तथा 3-4 दिन तक के अन्तर्गत स्त्रियों की संख्या क्रमश: 38.65% तथा 28.83% पायी गयी है। क्रोसेन[16] ने मासिक स्राव की अवधि में काफी अन्तर देखा है जिसका औसत 34 दिन है। सिंघल तथा अन्य[17] के अनुसार स्वस्थ महिला में मासिक स्राव 1-2 दिन तक रहता है जबकि कमजोर तथा अस्वस्थ महिलाओं में यह 6-7 दिन तक रहता है।

सारणी 4

मासिक चक्र

दिनों में	संख्या	%
15-20	4	2.45
20-25	19	11.65
25-30	119	73.00
30-35	17	10.47
32-40	4	2.45

नियमित मासिक धर्म प्रजनन कार्य के लिए बहुत ही महत्वपूर्ण है। प्रस्तुत अध्ययन में नियमित मासिक धर्म के अन्तर्गत महिलाओं की संख्या 73.0% है जबकि 20-25 दिन तथा 30-35% दिन का मासिक चक्र दर्शाने वाली महिलायें क्रमशः 11.65% तथा 10.47% हैं। क्रोसे[18] ने इसकी औसत अवधि 28 दिन तथा रॉक[19] ने इसकी अवधि 24 से 32 दिन पायी है।

मासिक चक्र एवं धूम्रपान

धूम्रपान से शरीर में जहरीला पदार्थ उत्पन्न होता है। इससे हमारे शरीर के प्रायः सभी अंग प्रभावित होते हैं। धूम्रपानी महिला में अनियमित मासिक धर्म बहुत ही अधिक पाया जाता है। हेमोन[20] ने अपने अध्ययन में पाया कि धूम्रपानी महिलाओं में अनियमित मासिक धर्म होता है और विशेषकर 40-50 वर्ष की अवधि में और भी अनियमित होता है। अत्यधिक धूम्रपान करने वालों में हिस्टेरियो-टेक्टोमी अधिक होती है तथा उनमें से बहुत कम ही महिलाएँ गर्भ-धारण कर पाती हैं। धूम्रपानी महिलाओं में स्तन-कैंसर, युटेरस-कैंसर तथा इन्डोमेट्रियोसिस की सम्भावनायें कम होती हैं लेकिन उनमें ओस्टियोपोरोसिस पाये जाने की सम्भावना अधिक होती है। यह ओव्युलेट्री चक्र की ल्युटल अवस्था में मूत्र के द्वारा बनने वाले विभिन्न मादा होरमोनों को महत्वपूर्ण रूप से कम करता है।

धूम्रपान करने वाली महिलाओं में निषेचन की क्रिया भी प्रभावित होती है जिससे बच्चा पैदा करने की क्षमता में कमी आती है। 1940 के दशक में ही यह पाया गया है कि धूम्रपानी महिलाओं एवं गर्भपात में सीधा सम्बन्ध है जिसे आधुनिक अध्ययनों ने भी सत्य पाया है। इतना ही नहीं, धूम्रपानी महिलाओं में गर्भपात में 2.5% से 10% तक की वृद्धि हुई है। साथ ही साथ धूम्रपानियों में धूम्रपान करने वालों की तुलना में दोगुने अविकसित बच्चे जन्म लेते हैं। धूम्रपान करने से दूध पिलाने वाली माँ की दूध की मात्रा एवं गुण में कमी हो जाती है।

गर्भावस्था में धूम्रपान करना गर्भवती महिला एवं भावी बच्चे के मानसिक एवं शारीरिक स्वास्थ्य के लिए और भी घातक है। यह गेमेटोवियेबिलिटी, निषेचन, प्रारम्भिक भ्रूण क्लिवेज, भ्रूण आदि को प्रभावित करता है और असमय प्रसव की स्थिति को उत्पन्न करता है। इसका सेवन करने से निषेचन क्रिया प्रभावित होती है जिससे गर्भपात होता है और महिलाओं में बच्चा पैदा करने की शक्ति घट जाती है।

गर्भावस्था में धूम्रपान करने से भ्रूण की वृद्धि-दर में कमी होती है और अस्वस्थ बच्चा पैदा होता है। धूम्रपान करने वाली महिलाएँ चाहे किसी भी देश, किसी भी प्रजाति, किसी भी धर्म, किसी भी आर्थिक स्थिति की हों उनके बच्चे धूम्रपान न करने वाली महिलाओं के बच्चों की तुलना में कमजोर और कम भार वाले होते हैं। यह कमी तम्बाकू खाने वाली महिलाओं के लिए भी एक ही जैसा पायी गयी है। यह कमी कार्बन मोनोक्साइड एवं निकोटीन के कारण होती है क्योंकि इनसे भ्रूण में आक्सीजन का हरण कर लिया जाता है। कुछ अध्ययनों ने यह भी साबित कर दिया है कि गर्भावस्था में धूम्रपान करने से महिलाओं में भूख की रुचि कम हो जाती है जिससे भ्रूण कुपोषित और कम वजनी होते हैं,

तथा असामान्य प्रसव होता है। बच्चा तथा जच्चा दोनों की मृत्यु की भी सम्भावना अत्यधिक होती है।

सारणी 5

मासिक स्राव की प्रकृति

प्रकृति	संख्या	%
अत्यधिक	16	9.81
सामान्य	108	66.25
कम	39	23.92

सारणी-5 में मासिक स्राव की प्रकृति को दर्शाया गया है जिसमें 66.25% इनफरटाइल पत्नियों में सामान्य मासिक स्राव की प्रकृति पायी गयी है। कम मासिक स्राव वाली पत्नियों की संख्या 39 (23.92%) हैं। सामान्य रूप को दर्शाने वाली पत्नियों में से किसी भी प्रकार की कोई गड़बड़ी नहीं पायी गयी है जबकि अन्य दोनों प्रकारों में पत्नियाँ अस्वस्थता तथा मानसिक चिड़चिड़ापन आदि से ग्रसित हैं।

सारणी 6

रजोनिवृत्ति की उम्र

वर्ष	संख्या	%
42-43	3	8.10
44-45	6	16.21
46-47	6	16.21
48-49	6	16.21
50-51	12	32.42
52-53	3	8.10
54-55	1	2.70
	37	

163 पत्नियों में से 37 पत्नियाँ रजोनिवृत्ति की उम्र प्राप्त कर चुकी हैं। इसकी उम्र 42-43 वर्ष से 54-55 वर्ष के बीच पाई गई है जिसमें 12 (32.42%) पत्नियाँ 50-51 वर्ष में इस स्थिति को प्राप्त है। एनवायरो[21] ने विभिन्न देशों की सैकड़ों महिलाओं में अध्ययन के बाद पाया कि धूम्रपानी महिला में प्राकृतिक रजोनिवृत्ति पहले ही हो जाती है। इसे धूम्रपानी में स्टेराइड मेटाबोलिज्म में अवरोध के आधार पर व्याख्यायित किया जाता है। धूम्र सम्भवतः यकृत के एस्ट्रोजिन के मेटाबोलिज्म को बढ़ाता है जिससे रजोनिवृत्ति की स्थिति जल्द ही आ जाती है। ऐसा माना जाना है कि तम्बाकू में पाया जाते वाला बेन्जो-पायरीन गर्भ के ओअसाइट को नष्ट करती है जिससे रजोनिवृत्ति जल्दी हो जाती है।

सारणी 7

विवाह की उम्र

वर्ष में	पति संख्या	%	पत्नी संख्या	%
10-15	8	4.90	47	28.83
15-20	48	29.44	65	58.28
20-25	92	56.44	20	12.26
25-30	10	6.13	1	0.61
30-35	5	3.06	—	—

सारणी 8

इनफरटाइल युग्मों की वैवाहिक जीवन अवधि

जीवन अवधि वर्ष में	युग्मों की संख्या	%
1-5	12	7.36
5-10	21	12.88
10-15	100	61.34
15-20	7	4.29
20-25	13	7.97
25-30	2	1.22
30 एवं ऊपर	8	4.90

फरटिलिटी को नियन्त्रित करने में विवाह की उम्र बहुत की महत्वपूर्ण कारक है। श्रीवास्तव[22] ने अपने अध्ययन में मर्द और औरतों के विवाह की उम्रों के बीच सम्बन्धों का विश्लेषण करने पर पारस्परिक सह-सम्बन्ध *'r'* का मान (0.755) अत्यधिक महत्वपूर्ण पाया तथा रिग्रेसन रेखा, जो मर्द (y) तथा औरत (x) की विवाह उम्र को जोड़ती है, का मान निम्न है $y=0.954x+7.35$ एवं $x=0.508y+2.71$। प्रस्तुत अध्ययन के दौरान यह पाया गया है कि 99% मर्द एवं औरतें क्रमशः 30 और 22 वर्ष के पहले ही विवाहित हो चुके थे। 1981 जनगणना के अनुसार भारत में विवाह की औसत उम्र लड़कों के लिए 22.36 वर्ष तथा लड़कियों के लिए 17.16 वर्ष है। प्रस्तुत अध्ययन में भारत की औसत उम्र के अनुरूप लड़कों में 56.44% तथा लड़कियों में 58.28% पायी गयी है।

इनफरटाइल युग्मों की वैवाहिक जीवन अवधि में 100 (61·34%) युग्मों की अवधि 10-15 वर्ष के बीच पायी गयी है तथा 5-10 वर्ष का अवधि वाले युग्म दूसरे स्थान पर आये। सबसे कम, 2 युग्म, 25-30 वर्ष के बीच पाये गये।

सारणी 9

पति/पत्नी में दूसरी शादी करने की इच्छा

पति संख्या	%	पत्नी संख्या	%
100	61.64	8	4.90

सारणी-9 के विश्लेषण में पाया गया कि 61.34% प्रति दूसरी शादी करने को इच्छुक हैं। उन्हें चिकित्सक के उपचार पर भी विश्वास नहीं है। परन्तु पत्नियों की स्थिति बिल्कुल विपरीत है। सिर्फ 4.92% पत्नियाँ दूसरी शादी के पक्ष में हैं, और वे भी परिवार तथा सम्बन्धियों के कटु शब्दों के कारण ही। सारा दोष पत्नी पर ही केन्द्रित कर दिया जाता है। 16 (9.81%) पतियों ने दूसरी शादी कर भी ली है। जो परिवार चिकित्सक के उपचार से सन्तुष्ट नहीं हैं वे ओझा-गति या धार्मिक अनुष्ठान पर विश्वास कर रहे हैं। इसके लिए सारा कष्ट भी पत्नियाँ ही झेल रही हैं। उन्हें डर है कि वे माँ न बन सकेंगी तो उनके पति या तो दूसरी शादी कर लेंगे या उन्हें छोड़ देंगे।

पहले ही वर्णन किया जा चुका है कि पुरुषों में जनम शक्ति को मापने के लिए कोई विशेष पद्धति नहीं है फिर भी जेफकोट[23] के अनुसार पुरुषों में 40 वर्ष के बाद फरटिलिटी में गिरावट आती है लेकिन स्परमेटोजेनेसिस वृद्धावस्था तक पायी जाती है। ब्रोउने[24] ने पाया है कि महिलाओं में 18 से 20 वर्ष के बीच फरटिलिटी की क्षमता अपनी चरम सीमा में होती है।

प्रस्तुत अध्ययन में पति एवं पत्नी दोनों में बच्चा पैदा करने के सभी लक्षण सामान्य पाये गये और उसके उपर्युक्त सभी प्राचलों के लक्षण भी सामान्य हैं लेकिन इनके बच्चे न हो सके। मासिक धर्म की सामान्यता एवं पुरुषों में उपयुक्त स्परमेटोजेनेसिस के बावजूद भी वे मानसिक रूप से तनावग्रस्त हैं और इन्हें इनफरटाइल कहा जा रहा है।

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखक अपनी पत्नी राजेश्वरी देवी को धन्यवाद देना चाहेगा जिन्होंने अनपढ़ महिलाओं को अपनी सूझ-बूझ से फरटिलिटी से सम्बन्धित तथ्य प्राप्त करने में मुझे सहयोग दिया।

निर्देश

1. कोक्स, पेटर आर०, डेमोग्राफी, कैम्ब्रीज यूनि० प्रेस, 1969

2. हॉफ, सी० जे० तथा एबेलसन, ए० ई०, फरटिलिटी इन्स, मैन इन द इन्डे, 1976.

3. एबेलसन, ए० ई० तथा हॉफ, सी० जे०, देखें मोर्ड, ट्रेन्ड इन एन्थ्रो० 1989, 85.

4. बेकर, पी० टी०, मैन इस द इन्डे, 1976.

5. क्लेग, ई० जे० तथा बेकर, पी० टी० ह्यू० बायो० 1970, **42**, 486-518.

6. लोरीमर, एफ०, कल्चर एण्ड ह्यू० फर०, युनिस्को, 1958.

7. रायवर्मन, बी० के०, रिसर्चेज इन सोसि० एण्ड सोम० एन्थ्रो०, 1974, 1.

8. घोष, आलोक, राय, के० तथा मोहन, के०, जर० ऑफ सो० रिस०, 1983, **16**, 1, 113-136.

9. बोनर, जॉन, इरिस० जर० मेडि० साइ०, 1978, (148), 3.

10. अग्रवाल, एस० एन०, इंडियाज पोपु० प्रोब० 1972.

11. श्रीवास्तव, एम० एल०, जर० ऑफ सोस० रिस०; 1969 : **12**, 2, 61-70.

12. बजेमा, सी० जे०, इंग० क्वार्ट, 1966, **13**, 97.

13. रीड़, ई० डब्ल्यू० तथा रीड, एस० सी०, मेन्ट० रिटार०, फिलाडे० 1965.

14. गिब्सन, एस० तथा यंग, एम०, जर० मिडे० एण्ड पारकेस, 1965.

15. सिंघल, पी०, बंसल, आई० जे० एस० तथा श्रीवास्तव, जे०, मोडर्न ट्रेन्ड इन एन्थ्रो० 1998, 1-8.

16. क्रोसेन, आर० जे०, डिजि० ऑफ बीमे० 1953.

17. क्रम संख्या 15 की तरह

18. क्रम संख्या 16 की तरह

19. रॉक, डिजि० ऑफ वीमे० 1953.

20. हेमोन, आर्क० एनबायरोन० हेल्थ, 1961, **3**, 28.

21. एनवायरोन, रिस, 1982, **28**, 410.

22. श्रीवास्तव, एम० एल० देखें क्रमांक 11.

23. जेफकॉट, एस० नीरमन, प्रिन्सि० ऑफ गायना० 1957.

24. ब्रोउने, मेक० जे० सी०, पोस्ट-ग्रेजु० ऑफ एण्ड गायना, 1973.

Vijana Parishad Anusandhan patrika, Vol. 36, No. 3, 1993

उत्तम सेरेमिक के पूर्वगामी बहुधात्विक एल्काक्साइड

राज कुमार दुबे

रसायन विभाग, राजस्थान विश्वविद्यालय, जयपुर (राजस्थान)

तथा

राम चरण मेहरोत्रा

कुलपति, इलाहाबाद विश्वविद्यालय, इलाहाबाद-211002 (उ० प्र०)

[प्राप्त—अप्रैल 27, 1993]

सारांश

सेरैमिक पदार्थों को सॉल-जेल विधि से संश्लेषित करने के लिये धातु एल्काक्साइडों के क्षेत्र में हुई प्रगति का संक्षिप्त इतिहास प्रस्तुत किया गया है। त्रि- तथा चतु: धात्विक एल्काक्साइडों का उपयोग करते हुए सॉल-जेल विधि का अर्वाचीन प्रस्ताव भी दिया गया है।

Abstract

Hetero-metal alkoxides as precursors for better ceramic materials using "sol-gel" process. *By* Raj Kumar Dubey and Ram Charan Mehrotra, Department of Chemistry, University of Rajasthan, Jaipur-302004

A brief historical development in the field of Metal Alkoxides for the synthesis of ceramic materials by the sol-gel (S-G) process has been mentioned. Recent approach for S-G process using tetra-metallic alkoxides has also been given.

यह सर्वविदित है कि उच्च ताप पर "अति चालकता" पिछले दशक में आश्चर्यजनक अन्वेषण रहा है, जिसके लिए 1987 का नोबेल पुरस्कार मुलर और बेहनोई को दिया गया। इन्होंने पाया है कि लैंथेनाइड-बेरियम-कापर आक्साइड-सेरेमिक (स्टाइकियोमिट्री, $Y_1Ba_2Cu_3O_{7-\delta}$), 30 केल्विन तापमान

पर भी अति चालक हो जाता है। इसके अतिरिक्त अन्य आक्साइड-सेरेमिकों का प्रयोग उच्च तकनीक तथा इलेक्ट्रानिक आदि में किया जाता है। इन पदार्थों को बनाने में साल-जेल प्रक्रम (S-*G* प्रक्रम) का बड़ा ही योगदान है। इस विधि में एल्कानसाइड को आक्साइड-सेरेमिक में सुगमता से परिवर्तित किया जा सका है। एल्काक्साइडों के अधिक कीमती होते हुए भी प्रयोग अधिक उपयोग में लाये जा रहे हैं, क्योंकि इसके प्रमुख लाभ निम्नलिखित हैं :

(क) प्रारम्भिक विलयन में आणविक स्तर पर समांग-मिश्रित होना।

(ख) सुगम जलीय अपघटन और

(ग) सिन्टरन (Sintering) ताप का निम्न होना।

एल्काक्साइडों द्वारा सुविधापूर्वक अनेक प्रकार के बहुघटक काँचों को बनाया जा चुका है। इसके लिये भी S-*G* प्रक्रम को ही अपनाया गया है क्योंकि इसके स्थानान्तरण विन्दु से लगभग कई सौ डिग्री कम ताप पर ही उपर्युक्त उत्पादों को प्राप्त किया जा सकता है।

सर्वप्रथम, एबेलमान[1] ने 1947 में पहला एल्काक्सी व्युत्पन्न $Si(OEt)_4$ संश्लेषित किया था जो खुले वातावरण से नमी लेकर "जेल" में परिवर्तित होकर एक खाली तन्तु प्रदान करता है। लगभग 1950 से एल्काक्साइड एवं सेरेमिक दोनों के क्षेत्रों में तीव्र विकास हुआ, परन्तु दोनों क्षेत्रों में परस्पर कोई सहयोग नहीं हो पाया था। सन् 1963 में हारवुड[2] द्वारा लिखित पुस्तक "Industrial Applications of Organometallic Compounds" में धात्विक एल्काक्साइड का पूर्ण विवरण दिया गया है परन्तु S-G प्रक्रम का उल्लेख बिल्कुल भी नहीं है और सन् 1978 में प्रकाशित पुस्तक "Metal Alxocide" में केवल 5-7 पंक्तियों में सॉल-जेल विधि का विवरण समाप्त कर दिया गया है।

स्क्रोडर[3] एवं राय[4] के योगदान के बाद डिशलिक[5] ने S-G प्रक्रम द्वारा आक्साइड-सेरेमिक बनाने के लिये धातुओं के एल्काक्साइडों का प्रयोग किया और प्राप्त सेरेमिक उत्पादों की समांगता से यह कल्पना [5-7] की कि आरम्भिक विलयन में विभिन्न धातुओं के एल्काक्साइडों के मध्य नये रासायनिक बन्ध बनते होंगे। लगभग इसी समय मेहरोत्रा[8,9-11] ने धात्विक एल्काक्साइड नामक एक समीक्षा लेख प्रकाशित किया था।

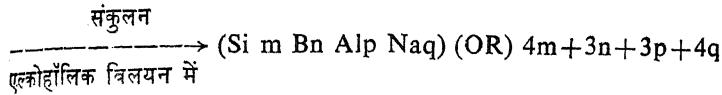
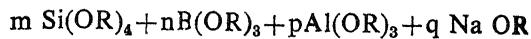
उपर्युक्त प्रक्रम में व्याप्त कतिपय दोषों, जैसे एल्काक्साइडों की अधिक कीमत, प्रक्रम के समय अधिक संकुचन, अवशेष कार्बन एवं सूक्ष्म छिद्रों के होते हुए भी इस तकनीक की अपनी विशेष[12] सार्थकता है। इसमें अनेक गुण हैं, जैसे उच्च शुद्धता एवं उत्पाद की समल्पता, धागे, पाउडर, फिल्म एवं पतला लेप तथा सिन्टरन के लिये कम ताप की आवश्यकता का होना।

सॉल-जेल प्रक्रम की क्रियाविधि

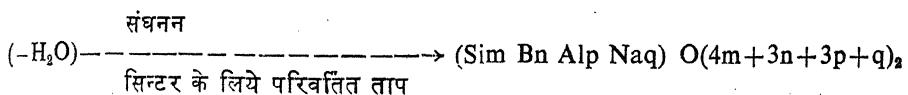
सॉल-जेल तकनीक का प्रयोग बहुघटक काँचों व सेरेमिक को बनाने में किया गया है। इस प्रक्रम में M—O—M′ बन्ध बनते हैं। डिशलिक[5-7] द्वारा इन नये बन्धों के बनने की प्रक्रिया को

निम्न प्रकार से दर्शाया गया है जिसमें जलीय अपघटन के क्रिया के फलस्वरूप "सॉल" बनता है, तत्पश्चात्, संघनन के परिणामस्वरूप "जेल" का निर्माण होता है, और अन्त में सिन्टर से ऐच्छिक सेरेमिक पदार्थ बनते हैं :

$$m\ Si(OR)_4 + nB(OR)_3 + pAl(OR)_3 + q\ Na\ OR$$

संकुलन
——————→ (Si m Bn Alp Naq) (OR) 4m+3n+3p+4q
एल्कोहॉलिक विलयन में

जलीय संलयन (H_2O) द्वारा
——————————→
HCl/NH_4OH द्वारा उत्प्रेरित (—ROH)

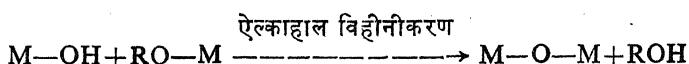
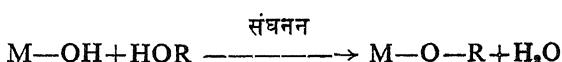
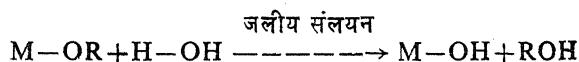
[आंशिक जल अपघटन द्वारा सॉल का रूप धीरे-धीरे "जेल" में बदलता है।]

संघनन
($-H_2O$)——————————→ (Sim Bn Alp Naq) $O(4m+3n+3p+q)_2$
सिन्टर के लिये परिवर्तित ताप

(लगभग 500°C गलनांक के नीचे)

पूर्व संक्रमण एवं मुख्य समूह धातुओं के एल्काक्साइडों में जलीय अपघटन की अभिक्रिया अत्यन्त सुगमता से होती है। यह अभिक्रिया संघनन और एल्कोहॉल विहीनीकरण के फलस्वरूप पूर्ण होती है फलतः अघुलनशील आक्साइड-एल्काक्साइड व्युत्पन्न पैदा होते हैं। इनकी क्रिया-विधि का अध्ययन अत्यन्त कठिन है तथापि इसे साधारणतया निम्न प्रकार से दर्शाया गया है :

$$M-OR + H-OH \xrightarrow{\text{जलीय संलयन}} M-OH + ROH$$

$$M-OH + HOR \xrightarrow{\text{संघनन}} M-O-R + H_2O$$

$$M-OH + RO-M \xrightarrow{\text{ऐल्काहाल विहीनीकरण}} M-O-M + ROH$$

अनेक धातुओं के एल्काक्सी व्युत्पन्नों में जलीय अपघटन का अध्ययन सेरेमिक पदार्थों के बनाने के लिये किया गया है। प्रमुखरूप से $Si(OR)_4$ की विस्तृत जलीय संलयन अभिक्रिया का अध्ययन किया गया तथा $(Si_8O_{12})(OCH_3)_8$ माध्यमिक कर्मक को दर्शाया गया है।

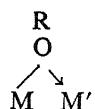
द्विधात्विक एल्कॉक्साइड

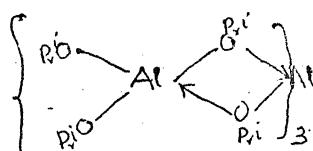
बहुत से द्विधात्विक एल्काक्साइडों, $K_2[Be(OEt)_4]$, $Li[Al(OMe)_4]$, $Na_2[Sn(OEt)_6]$, $NaH[Zr_2(OEt)_6]$ और $Na[Sb(OMe)_4]$ के बनने का अध्ययन सर्वप्रथम मीरवाइन तथा बरसिनी[13]

ने किया था। उपर्युक्त एल्काक्साइडों के बनने का संकेत आयतनात्मक अनुमापन द्वारा प्राप्त हुआ था; जैसे : यूरेनियम पेन्टाइथाक्साइड का अनुमापन, सोडियम, कैल्सियम एवं ऐल्युमीनियम इथाक्साइड के साथ करने पर, जो समतुल्य विन्दु मिला वह $Na[U(OEt)_6]$, $Ca[U(OEt)_6]$ और $Al[U[OEt)_6]_3$[14] प्रकार के यौगिक के बनने को दर्शाता है। संकुल ऋणायनों जैसे $[B(OMe)_4]^-$, $[Nb(OMe)_6]^-$ और $[Fe(OMe)_6]^{-3}$ का बनना विभवमापी[15] एवं संवाहकतामापी[16] अनुमापनों द्वारा भी प्रेक्षित किया गया है। एल्यूमिनियम के अनेक द्विधात्विक एल्काक्साइडों का क्षार एवं क्षारीय मृदा धातुओं के साथ बनने को भी दर्शाया गया है।[17]

स्थायी एवं वाष्पशील द्विधात्विक व्युत्पन्न, $[Na\{Zr_2(OR)_9\}]$ का पृथक्करण बार्टल तथा वारडला[18] द्वारा किया गया, जिससे इस क्षेत्र में एक नई दिशा आरम्भ किया। इस प्रकार की संरचना के यौगिकों के बनने का निश्चयन हम लोगों की शोधशाला[19] में किया गया है। क्षारीय धातुओं के उच्च विद्युत धनात्मक स्वभाव के होते हुए भी इनमें सहसंयोजक लक्षणों, जैसे वाष्पशीलता एवं कार्बनिक विलायकों में घुलनशीलता को पाया गया। जर्कोनियम आइसोप्रोपाक्साइड (आइसोप्रोपाइल एल्कोहाल) का संवाहकतामापीय अनुमापन क्षारीय (Na/K) आइसोप्रोपाक्साइड के साथ पहले ही किया जा चुका था। तदुपरान्त, नियोबियम एवं टेन्टेलम एल्काक्साइड का क्षारीय एल्काक्साइडों के साथ अनुमापन के फलस्वरूप, $MM'(OR)_6$ (जहाँ M=Li, Na, K; M'=Nb या Ta) अणुओं का बनना सिद्ध किया गया। इसके अनुमापन वक्र की प्रकृति यह प्रदर्शित है कि Nb की तुलना में Ta व्युत्पन्न अधिक स्थायी है और एल्काक्सी समूह के स्थायित्व का क्रम निम्न : $OBu^t > OPr^i > OEt > OMe$ है। वाष्पशीलता एवं तापीय स्थायित्व[20] भी इसी निष्कर्ष की परिपुष्टि करते हैं।

द्विधात्विक एल्काक्साइडों के गुणों की व्याख्या धात्विक एल्काक्साइड के बहुलकों[8] के आधार पर की गई है तथा इनमें भी एल्काक्सी समूह (—OR) अलग-अलग तत्वों के बीच सेतु या ब्रिज की तरह लगा माना गया है।

R
O
M M'

उदाहरण के लिये चतुर्लकीय (Tetrameric) एल्यूमिनियम आइसोप्रोपाक्साइड की संरचना को निम्न प्रकार से दर्शाया गया है।

{PrⁱO, PrⁱO > Al < (OPrⁱ)(OPrⁱ) > Al}3

उपरोक्त आधार पर ही अनेक धातुओं के टेट्राआइसोप्रोपाक्सी एल्यूमिनेटों[8–11], [22–26] की संरचना को प्रदर्शित किया गया है। उदाहरण के लिये (क) $[M\{(\mu-OPr^i)_2 Al(OPr^i)_2\}_n]$ (जहाँ

M=क्षार[24-28] एवं क्षारीय-मृदा-धातुयें[24-29], Be[30], Mg[32]. Cd[53], लैंथेनाइड[34-36], Ga[37], In[37,38], Sc[38,39], Sn(IV)[40,42], Sn(II)[43], Ce(IV)[44], Th(IV)[44], Cr(III)[31,45-47], Mn(III)[31,45,46], Fe(II) & Fe(III)[31,45,46], Co(II)[31,45,46-49], Ni(II)[31,45-47,50], Cu(II)[31,45,46,51,52]; (ख) $[(P_r{}^iO)_2\,Zr(M-OP_r{}^i)_2\ Al(OP_r{}^i)_2\}]$[30], $[(RO)\,Cu(\mu-OP_r{}^i)_2\ Al(O_r{}^i)_2]$[52], $[\{(P_r{}^iO)_2\ Zr(\mu-OP_r{}^i)_2\}]$[53], $[(P_r{}^iO)_4\ M(\mu-OP_r{}^i)_2\ Al(OP_r{}^i)_2]_2$[54].

क्षारीय हेक्साएल्काक्सी-नियोबेट/टेन्टेलेट[19,20,22,23] $K(-OR)_2\ Ta(OR)_4$ तथा इसके ही समानार्थक इकलक (monomeric) एवं कार्बनिक बिलायकों में घुलनशील व्युत्पन्नों जैसे, क्रोमियम (III)[55], आयरन (II)[56] और कोबाल्ट (II) का भी वर्णन किया गया है। क्षारीय[25,26], क्षारीय मृदा धातुओं[25,26,58,59], आयरन (II)[60] & (III,[61], निकल (II)[62] और कापर (II)[63] के द्विधात्विक एल्काक्साइडों को, जो $\{Zr_2(OR)_9\}^-$ लिगैन्ड से युक्त हैं, संश्लेषित किया गया है। यूरेनियम (IV) के यौगिक, $KU_2(OB_u{}^+])_9$[64]; नियोबियम (IV) के यौगिक, $[Mg(MeOH)_6]\ [Nb_2(OMe)_9]_{1'2}$ CH_3OH, $[Mg(MeOH)_6]_2\ [Nb_2(OMe)_9]Cl_3$, $[Na(MeOH)_6]\,[Nb_2(OMe)_6]Cl_3$, $[Na(MeOH)_6]$ $[Nb_2(OMe)_6]$[65]; और सिरियम (IV) के यौगिकों, $Na[Ce_2(OBu^+)_6]$ तथा $Na_2[Ce(OBu^t)_6]$[66] की क्रिस्टल संरचना को हाल ही में निश्चित किया गया है और इसे $KM_2(OR)_9$ (M : Zr|III) की प्रागुक्त[22,67] संरचना (जिसे नाभिकीय चुम्बकीय अनुनाद स्पेक्ट्रा द्वारा निश्चित किया गया था) जैसा ही पाया गया है।

द्वि और एक-धात्विक एल्काक्साइडों की X-किरण संरचनाओं की खोज अब धीरे-धीरे बढ़ रही है। अभी तक मात्र कुछ ही ठोस अवस्था में संरचनाएँ ज्ञात हैं। यह बात अच्छी रही है कि प्रायः कुछ अप्रत्याशित संरचनाएँ जैसे, चतुर्लकीय एल्यूमिनियम आइसोप्रोपाक्साइड की संरचना[58] का अध्ययन[69,70] X-किरण विधि से निश्चित हो सकी है। धातु एवं विषम धातुओं के कतिपय एल्काक्साइडों की संरचनाओं को चित्र 1 में दर्शाया गया है। चिशोल्म[71], रोथवेल[71] और बाद में मेहरोत्रा[72] द्वारा इनकी संरचनाओं पर टिप्पणी की गयी है।

प्रेक्षित संरचनाओं में अन्तर को प्रेरण (Inductive) और त्रिविमीय (Steric) प्रभाव[52,73,74] के आधार पर दर्शाया गया है।

द्विधात्विक एल्काक्साइडों में त्रिविम प्रभाव की भूमिका को दो उदाहरणों से स्पष्ट किया गया है :

(क) इकलक (monomeric) $K\{Zr_2(OR)_9\}$ जहाँ R=Et या Pr^i की तुलना में द्विलकी (Dimeric) व्युत्पन्न, $[K\ Zr_2(OBu^t)_5]_2$ का सृजन,

(ख) निम्न निकल (Ni([50] द्विधात्विक एल्काक्साइडों में अन्तर, उदाहरण के लिए

$$(MeO)\ Al(\mu-OMe)_3\ Ni(\mu-OMe)_3\ Al(OMe)$$

तथा

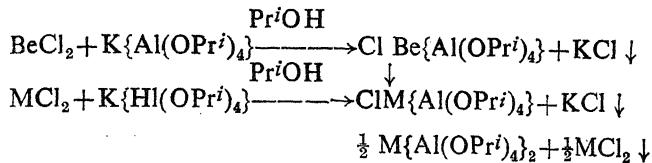
$$(Pr^iO)_2\ Al(\mu-OPr^i)_2\ Ni(\mu-OPr^i)_2\ Al(OPr^i)_2$$

मान्यता थी कि विषम धात्विक व्युत्पन्न स्थायी नहीं होते हैं। सर्वप्रथम बेरिलियम (Be) का त्रिधात्विक एल्कास्साइड बनाया गया तथा इसका स्थायित्व बेरिलियम के सूक्ष्म परमाणु आधार पर समझा गया। उदाहरणार्थ $BeCl_2$, $Mg\ Cl_2$ और $Cd\ Cl_2$ की अभिक्रिया[75] $K\{Al(OP^i)_4\}$ के साथ 1:1 आणविक अनुपात में होने पर $Cl\ Be\{Al(OPr^i)_4\}$ का पृथक्करण किया जा सका, किन्तु अन्य धातुओं के साथ प्राप्त उत्पाद तुरन्त विघटित हो गया :

$$BeCl_2 + K\{Al(OPr^i)_4\} \xrightarrow{Pr^iOH} Cl\ Be\{Al(OPr^i)_4\} + KCl\downarrow$$

$$MCl_2 + K\{Hl(OPr^i)_4\} \xrightarrow{Pr^iOH} ClM\{Al(OPr^i)_4\} + KCl\downarrow$$

$$\downarrow$$

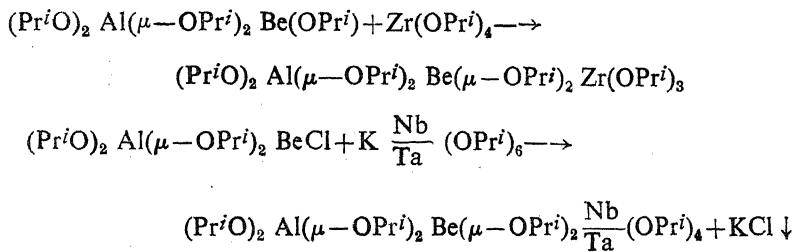
$$\tfrac{1}{2}\ M\{Al(OPr^i)_4\}_2 + \tfrac{1}{2}MCl_2\downarrow$$

उत्पाद $Cl\ Be\{Al(OPr^i)_4\}$ को $KOPr^i$ के साथ 1:1 आणविक अनुपात में अभिक्रिया करने पर सुगमता से $(Pr^iO)—Be\{Al(OPr^i)_4\}$ में परिवर्तित किया गया है। यह व्युत्पन्न[76] कुछ समय बाद द्विआणविक रूप ले लेता है $(Pr^iO)_2\ Al(\mu—OPr^i)_2\ Be(\mu—OPr^i)_2\ Al(OPr^i)_2$ ।

इसी के द्वारा त्रि-धात्विक एल्काक्साइड[77] का पृथक्करण सर्वप्रथम 1985 में किया गया :

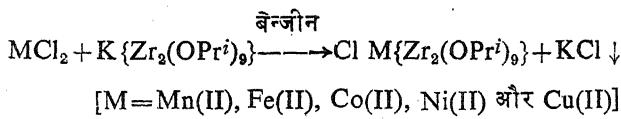
$$(Pr^iO)_2\ Al(\mu—OPr^i)_2\ Be(OPr^i) + Zr(OPr^i)_4 \longrightarrow$$

$$(Pr^iO)_2\ Al(\mu—OPr^i)_2\ Be(\mu—OPr^i)_2\ Zr(OPr^i)_3$$

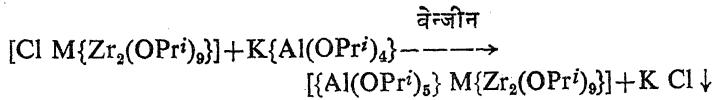
$$(Pr^iO)_2\ Al(\mu—OPr^i)_2\ BeCl + K\ \frac{Nb}{Ta}\ (OPr^i)_6 \longrightarrow$$

$$(Pr^iO)_2\ Al(\mu—OPr^i)_2\ Be(\mu—OPr^i)_2 \frac{Nb}{Ta}(OPr^i)_4 + KCl\downarrow$$

संक्रमण तत्वों (Mn(II), Fe(II) और Fe(III), Co(II), Ni(II)[78] और Cu(II)[79] के क्लोराइड नोना आइसोप्रोपाक्सी डाइजर्कोनेट व्युत्पन्नों का बनना निम्न अभिक्रिया द्वारा प्रदर्शित है :

$$MCl_2 + K\{Zr_2(OPr^i)_9\} \xrightarrow{\text{बेन्जीन}} Cl\ M\{Zr_2(OPr^i)_9\} + KCl\downarrow$$

[M=Mn(II), Fe(II), Co(II), Ni(II) और Cu(II)]

उपर्युक्त उत्पाद को $\{Ta(OPr^i)_6\}^-$ व $\{Al(OPr^i)_4\}$ लिगैन्डों के साथ त्रिधात्विक एल्काक्साइड के संश्लेषण के लिए प्रयोग में लाया गया है, जिसको निम्न अभिक्रियाओं द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है :

$$[Cl\ M\{Zr_2(OPr^i)_9\}] + K\{Al(OPr^i)_4\} \xrightarrow{\text{वेन्जीन}}$$

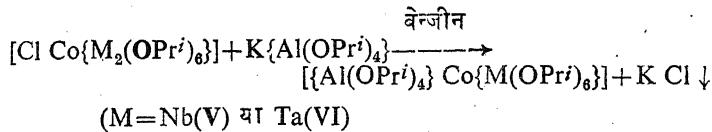
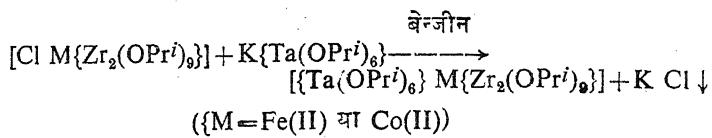
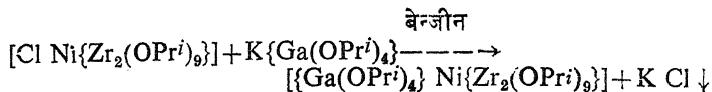
$$[\{Al(OPr^i)_5\}\ M\{Zr_2(OPr^i)_9\}] + K\ Cl\downarrow$$

वाष्पशील इकलक तथा कार्बनिक यौगिकों में घुलनशील उत्पाद

$$[Cl\ Ni\{Zr_2(OPr^i)_9\}] + K\{Ga(OPr^i)_4\} \xrightarrow{\text{बेन्जीन}} [\{Ga(OPr^i)_4\}\ Ni\{Zr_2(OPr^i)_9\}] + K\ Cl \downarrow$$

$$[Cl\ M\{Zr_2(OPr^i)_9\}] + K\{Ta(OPr^i)_6\} \xrightarrow{\text{बेन्जीन}} [\{Ta(OPr^i)_6\}\ M\{Zr_2(OPr^i)_9\}] + K\ Cl \downarrow$$

({M=Fe(II) या Co(II))

$$[Cl\ Co\{M_2(OPr^i)_6\}] + K\{Al(OPr^i)_4\} \xrightarrow{\text{बेन्जीन}} [\{Al(OPr^i)_4\}\ Co\{M(OPr^i)_6\}] + K\ Cl \downarrow$$

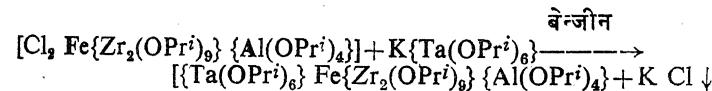
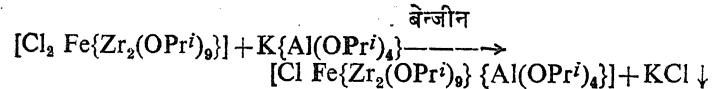
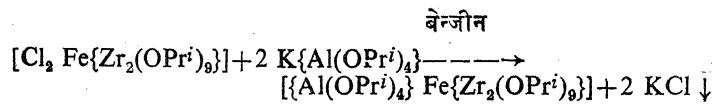
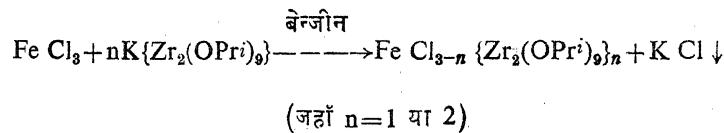
(M=Nb(V) या Ta(VI)

त्रिसंयोजी आयरन के साथ निम्न प्रकार की अभिक्रिया होती है जिनके द्वारा त्रि- या चतुर्धात्विक एल्काक्साइड का संश्लेषण किया गया है। ये सब एकलक तथा कार्बनिक विलायकों में घुलनशील हैं। है। हेक्साआइसोप्रोपाक्सी टेन्टेलेट के व्युत्पन्न के अलावा अन्य सभी व्युत्पन्नों को कम दाब पर अच्छी उपलब्धि में वाष्पित किया गया है :

$$Fe\ Cl_3 + nK\{Zr_2(OPr^i)_9\} \xrightarrow{\text{बेन्जीन}} Fe\ Cl_{3-n}\ \{Zr_2(OPr^i)_9\}_n + K\ Cl \downarrow$$

(जहाँ n=1 या 2)

$$[Cl_2\ Fe\{Zr_2(OPr^i)_9\}] + 2\ K\{Al(OPr^i)_4\} \xrightarrow{\text{बेन्जीन}} [\{Al(OPr^i)_4\}\ Fe\{Zr_2(OPr^i)_9\}] + 2\ KCl \downarrow$$

$$[Cl_2\ Fe\{Zr_2(OPr^i)_9\}] + K\{Al(OPr^i)_4\} \xrightarrow{\text{बेन्जीन}} [Cl\ Fe\{Zr_2(OPr^i)_9\}\ \{Al(OPr^i)_4\}] + KCl \downarrow$$

$$[Cl_2\ Fe\{Zr_2(OPr^i)_9\}\ \{Al(OPr^i)_4\}] + K\{Ta(OPr^i)_6\} \xrightarrow{\text{बेन्जीन}} [\{Ta(OPr^i)_6\}\ Fe\{Zr_2(OPr^i)_9\}\ \{Al(OPr^i)_4\} + K\ Cl \downarrow$$

सेरेमिक द्रव्यों के संश्लेषण में विषम धात्विक एल्काक्साइडों का पूर्वगामी यौगिकों के रूप में उपयोग

सन् 1971 ही में जर्मन वैज्ञानिक हेलमुन डिशलिक ने विभिन्न सात-आठ धात्विक एल्काक्साइडों से प्राप्त काँच की अतिसमांगी (Ultra homogeneous) प्रकृति से अनुमान लगाया था कि इस उपलब्धि को कार्बनिक विलायक में एल्काक्साइडों के मिश्रण की भौतिक घनिष्ठता से पूर्णरूपेण नहीं समझाया जा सकता वरन् इससे यह भी आभास मिलता है कि इन विभिन्न धातुओं के बीच नये रासायनिक

प्रतिबन्ध या यौगिक बनते हैं। डिशलिक के इस अनुमान की पुष्टि राजस्थान विश्वविद्यालय की प्रयोगशाला में अनेकानेक द्वि एवं त्रि-धात्विक एल्काक्साइडों के संश्लेषण द्वारा होती रही है और जब से 1967 में मेहरोत्रा को डिशलिक के अनुमान का पता एक कांफ्रेंस में चला तभी से इन विषम धात्विक एल्काक्साइडों के संश्लेषण पर अधिक प्रयास किया जा रहा है जिनका संक्षिप्त विवरण ऊपर दिया जा चुका है।

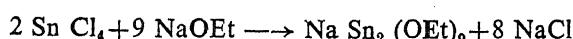
स्पष्ट है कि अनेक धातुओं के एल्काक्साइडों के मिश्रण से प्राप्त सेरेमिक द्रव्य उनके पारस्परिक रासायनिक बन्धनों के कारण सम्भागी रूप में प्राप्त होते हैं। यदि विभिन्न धातुओं के एल्काक्साइडों के स्थान पर विषम धात्विक एल्काक्साइड[80-83] का ही उपयोग किया जाय तो और भी अधिक समांगी सेरेमिक द्रव्य प्राप्त हो सकेंगे।

जोन्स[84] तथा उनके सहयोगियों ने सर्वप्रथम एक द्विधात्विक एल्काक्साइड $[Mg\{Al(OR)_4\}_2]$ का उपयोग करके स्पाइनेल जैसा $Mg\,Al_2\,O_4$ सेरेमिक बनाया इस प्रक्रिया में एल्काक्साइड के जल-संलयन ट्राइइथेनॉल एमीन की उपस्थिति S-G प्रक्रम द्वारा प्राप्त किया।

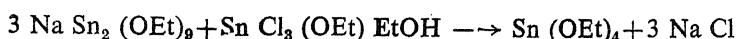
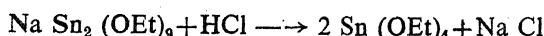
सन् 1988 में मेहरोत्रा[85] ने एक अन्तर्राष्ट्रीय कान्फ्रेन्स में अपने भाषण में नवीन उच्च कोटि के सेरेमिक द्रव्य बनाने में विषम धात्विक एल्काक्साइडों से योगदान की उपादेयता को बहुत से उदाहरणों द्वारा स्पष्ट किया।

सन् 1989 में कोउलालूमपुर (मलेशिया) में सिलीकन और टिन के रसायन पर आयोजित एक अन्तर्राष्ट्रीय कान्फ्रेन्स में मेहरोत्रा ने यह दुःख प्रकट किया कि टिन के सेरेमिकों के बनाने में टिन एल्काक्साइडों का उपयोग[86] लगभग नहीं के बराबर हुआ क्योंकि टिन एल्काक्साइड के बनाने की विधि शायद सभी एल्काक्साइडों के संश्लेषण की विधियों के कठिन होती है क्योंकि उनमें निम्न तीन क्रियायें एक के बाद एक आवश्यक होती हैं :

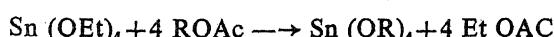
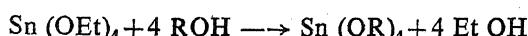
द्विधात्विक यौगिक, $Na\,Sn_2\,(OEt)_9$ निम्न प्रकार से बनाया गया है

$$2\,Sn\,Cl_4 + 9\,NaOEt \longrightarrow Na\,Sn_2\,(OEt)_9 + 8\,NaCl$$

यह द्विधात्विक यौगिक पुनः हाइड्रोजन क्लोराइड से अभिक्रिया करके टिन टेट्राइथाक्साइड देता है जो पुनः $Sn\,Cl_3\,(OEt)\,.\,EtOH$ की अभिक्रिया से भी बनाया जा सकता है।

$$Na\,Sn_2\,(OEt)_9 + HCl \longrightarrow 2\,Sn\,(OEt)_4 + Na\,Cl$$

$$3\,Na\,Sn_2\,(OEt)_9 + Sn\,Cl_3\,(OEt)\,EtOH \longrightarrow Sn\,(OEt)_4 + 3\,Na\,Cl$$

उच्च समांगी एल्काक्साइड एल्कोहाली सिस या ट्रान्स एस्टरीकरण द्वारा बनाये जा सकते हैं।

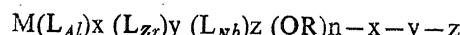
$$Sn\,(OEt)_4 + 4\,ROH \longrightarrow Sn\,(OR)_4 + 4\,Et\,OH$$

$$Sn\,(OEt)_4 + 4\,ROAc \longrightarrow Sn\,(OR)_4 + 4\,Et\,OAC$$

उन्होंने ही यह भी प्रदर्शित किया कि सरल टिन एल्काक्साइडों की तुलना में $Na\{Sn_2(OR)_9\}$ एल्काक्साइड बहुत सुगमता से प्राप्त किया जा सकता है। इनके कम दाब पर आसवन से सुगमता से शोधित किया जा सकता है और उन्होंने सुझाव दिया कि $Sn(OR)_4$ की जगह $Na\,Sn_2(OR)_9$ का पूर्वगामी यौगिकों के रूप में उपयोग बहुत ही आकर्षक प्रतीत होता है।

प्रसन्नता की बात है कि दो ही तीन वर्षों में बहुत सी प्रयोगशालाओं में टिन के सेरेमिक बनाने के लिए द्विधात्विक एल्काक्साइडों का अनुसन्धान कार्य आरम्भ हो चुका है।

पिछले दो वर्षों में मैकेन्जी[8] इत्यादि ने प्रदर्शित किया कि NaOR और $Nb(OR)_5$ के स्थान पर सोडियम द्विधात्विक, $Na\{Nb(OR)_6\}$ के तन्तु विशेष गुणवत्ता वाले हो रहे हैं।

मेहरोत्रा ने इधर दो वर्षों से कई लेखों में यह आशा प्रकट की है कि विषम धात्विक एल्काक्साइडों के संश्लेषण में इतनी प्रगति हो चुकी है कि जो भी अन्तिम सेरेमिक द्रव्य बनाना है उसी की संरचना के अनुकूल विषम धात्विक एल्काक्साइड बनाकर साल-जेल विधि से उसे इच्छित द्रव्य बनाया जा सके। इसके लिए उन्होंने प्रदर्शित किया है कि अब अत्यन्त आकर्षक संरचना वाले विषम धात्विक एल्काक्साइडों का संश्लेषण सम्भव हो गया है जिनको निम्न प्रकार के रासायनिक सूत्रों से प्रकट किया जा सकता है :

$$M(L_{Al})x\ (L_{Zr})y\ (L_{Nb})z\ (OR)n-x-y-z$$

उपर्युक्त सूत्र में L_{Al}, L_{Zr} तथा L_{Nb} चिन्ह $\{Al(OPr^i)_4\}^-$, $\{Zr_2\ (OPr^i)_9\}^-$ $\{Nb(OR)_6\}^-$ ऐसे लिगैन्डों को प्रदर्शित करते हैं और केन्द्रीय धातु 'M' की संयोजकता 'n' की बची हुई संयोजकता, n—x—y—z को एल्काक्सी (—OR) समूहों द्वारा सन्तुष्ट किया गया है।[88, 89]

कृतज्ञता-ज्ञापन

इस लेख को वर्तमान रूप में तैयार करने के लिए लेखक (राजकुमार दुबे) सी० एस० आई० आर०, नई दिल्ली को धन्यवाद देना चाहता है जिसने वैज्ञानिक पूल अधिकारी के रूप में कार्य करने का अवसर प्रदान किया है।

निर्देश

1. एबुलमान, एम०, *Comptes Rende L. Acad. Sci.* 1947, 25, 854.

2. हारवुड, जे० एच०, *Industrial Applications of Organometallic Compounds*, Chapman and Hall, London 1963.

3. स्क्रोडर, एच०, *Optical Acta*, 1962, 9, 289.

4. राय, आर०, *J. Amer. Ceram Soc.* 1969, 53, 344.

5. डिशलिक, एच०, *Angew Chem.* (Int. Ed.) 1971, **10**, 363.

6. वही, *Min Solid Films*, 1981, **129**, 77.

7. वही, *J. Noncryst. Solids*, 1985, **73**, 599.

8. मेहरोत्रा, आर० सी० तथा मेहरोत्रा, ए०, *Inorg. Chim· Acta Rev.* 1971, **5**, 127.

9. मेहरोत्रा, आर० सी०, बटवारा, जे० एम० तथा कपूर, पी० एन०, *Coord. Chem. Rev.* 1980, **31**, 67.

10. मेहरोत्रा, आर० सी०, *Coord. Chem.* (IUPAC) 1981, **21**, **113**.

11. वही, XXIV *Int. Conf. Coord. Chem.* Abstracts, 1986, p. 27.

12. सक्का, एस०, *Trans. Ind. Ceram. Soc.* 1987, **1**, 46.

13. मीरवाइन, एच० तथा बर्सिनी, टी०, Ann. 1929, **113**, 476.

14. जोन्स, आर० जी०, बिन्डसास्लर, ई०, ब्लूम, डी०, कार्मेज, जी०, मार्टिन, जी० ए०, थिर्टल, जे० आर० तथा गिलमान, एच०, *J. Amer. Chem. Soc.* 1956, **78**, 6027·

15. गुट, आर०, *Helv. Chim. Acta*, 1964, **47**, 2262.

16. लुडमैन, सी० जे० तथा वैडिंगटन, टी० सी०, *J. Chem. Soc.* (*A*), 1966, 1816·

17. वानस्कोल्डर, आर० तथा प्रोट्जर, एच०, *Z. Anorg. Allgem. Chem.* 1965, **23**, 340.

18. बार्टल, डब्लू० जी० तथा वार्डला, डब्लू०, *J. Chem. Soc.* 1958, 421.

19. मेहरोत्रा, आर० सी० तथा अग्रवाल, एम० एम०, *J. Chem. Soc.* 1967, 1026; 1972, 1203,

30. मेहरोत्रा, आर० सी०, अग्रवाल, एम० एम० तथा कपूर, पी० एन०, *J. Chem. Soc.* 1968, 2673.

21. तुरोवा, एन० वाई०, यानोव्स्की, ए० आई०, कजिमोव, बी० ए०, बोकाइ, एन० जी०. स्ट्रचकोव, वाई० टी० तथा तारनोपोल्स्की, बी० एल०, *J. Inorg. Nucl. Chem.* 1979, **41**, 5.

22. ब्रैडले, डी० सी०, मेहरोत्रा, आर० सी० तथा गौड, डी० पी०, *Metal Alkoxides*, Academi c Press : London 1978.

23. मेहरोत्रा, आर० सी०, शार्पे, ए० जी० तथा एमेलियस, एच० जे० सम्पादक, *Advances in Inorganic Chemisiry and Radiochemistry*, Academic Press New York, 1983, Vol. 26, p. 269.

24. मेहरोत्रा. आर० सी० तथा सिंह, जे० वी०, *Ind. Chem. Soc.* 1976, **14A**, 878.

25. कपूर, पी० एन० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Coord. Chem. Rev.* 1974, **1**, 14.

26. मेहरोत्रा, आर० सी०, *Proc. Ind. Natl. Sci. Acad.* 1976, 421.

27. मेहरोत्रा, आर० सी०, शर्मा, सी० के० तथा गोयेल, एस०, *Ind. J. Chem.* 1976, **14A**, 878.

28. मेहरोत्रा, आर० सी०, *Kemial Kozlemenyek*, 1976, **45**, 197.

29. गोविल, एस० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Synth. Inorg. Met-Org. Chem.* 2975, **5**, 267.

30. अग्रवाल, एम० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Synth. React. Inorg. Met-Org. Chem.* 1984, **14**, 139, Polyhedron 1985, **4**, 1141.

31. मेहरोत्रा, आर० सी०, गोयेल, एस०, गोयेल, ए० बी०, किंग, आर० बी०, नैनेन, के० सी०, *Inorg. Chim. Acta*, 1978, **29**; 141.

32. अग्रवाल, एम० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Synth. React. Inorg. Met-Org. Chem.* 1988, **9**, 18.

33. वही, *Ind. J. Chem.* 1987, **26A**, 577.

34. मेहरोत्रा, आर० सी० तथा अग्रवाल, एम० एम०, *J. Chem. Soc. Chem. Commun.*, 1968, 469.

35. मेहरोत्रा, ए० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Ind. J. Chem.* 1972, **10**, 532.

36. मेहरोत्रा, आर० सी०, अग्रवाल, एम० एम० तथा मेहरोत्रा, ए०, *Synth. React. Met-Org. Chem.* 1973, **3**, 181, 407, (for Gallium analogs).

37. मेहरोत्रा, ए० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Inorg. Chem.* 1972, **11**, 2170.

38. वही, *J. Chem. Soc. Chem. Commun.* 1972, 2170.

39. वही, *Proc. Ind. Natl. Sci. Acad.* 1974, **40A**, 215.

40. मेहरोत्रा, आर० सी०, राय, ए० के० तथा जैन, एन० सी०, *J. Inorg. Nucl. Chem.* 1978, **40**, 349.

41. जैम, एन० सी०, राय, ए० के० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Ind. J. Chem.* 1976, **14A**, 256, *Proc. Ind. Acad. Sci.* 1976, **59**, 98.

42. मेहरोत्रा, आर० सी०, राय, ए० के० तथा जैन, एन० सी०, *Proc. Ind. Aea. Sci.* 1978, **87A**, 61.

43. मेहरोत्रा, आर० सी०, गोयल, आर० आर० तथा जैन, एन० सी०, *Synth. React. Inorg. Met-Org. Chem.* 1981, **11**, 345.

44. मेहरोत्रा, आर० सी० (अप्रकाशित)

45. मेहरोत्रा, आर० सी०, *J. Ind. Chem. Soc.* 1972, **59**, 715.

46. मेहरोत्रा, आर० सी० तथा सिंह, जे० वी०, *Trans, Met. Chem.* 1984, **9**, 148.

47. वही, *Inorg. Chem.* 1984, **23**, 1046.

48. वही, *J. Coord. Chem.* 1984, **13**, 273.

49. दुबे, आर० के०, सिंह, ए० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Inorg. Chim. Acta.* 1988, **43**, 169.

50. मेहरोत्रा, आर० सी० तथा सिंह, जे० वी०, *Can. J. Chem.* 1984, **62**, 1003.

51. वही, *Zeit. Anorg. Allgrm. Chcm.* 1984, **522**, 211.

52. छीपा, आर० सी०, सिंह, ए० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Ind. J. Chem.*, 1989, **28A**, **396.**

53. जैन, आर०, राय, ए० के० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Polyhedron*, 1986, **5**, 1017. *Inorg. Chim. Acta.* 1987, **126**, 99.

54. गोविल, एस०, कपूर, पी० एन० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *J. Inorg. Nucl. Chem.* 1976, **38**, 172.

55. अग्रवाल, एस० के० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Inorg. Chim. Acta.* 1986, **112**, 177.

56. शाह, ए०, सिंह, ए० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Ind. J. Chem.* 1989, **28A**, 392.

57. दुबे, आर० के०, सिंह, ए० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Bull. Chem. Soc. Jpn.*, 1988, **61** 983.

58. गोविल, एस० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Aust. J. Chem.* 1975. **28.** 2125.

59. वही, *Ind. J. Chem.* 1976, **14A**, 138.

60. शाह, ए०, सिंह, ए० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Ind. J. Chem.* 1987, **26A**, 485.

61. वही, *Inorg. Chim. Acta.* 1988, **141**, 289.

62. मेहरोत्रा, आर० सी०, जैन, आर० तथा राय, ए० के०, *J. Inorg. Chem.* (Chinese) 1987, **3**, 96.

63. दुबे, आर० के०, सिंह, ए० तथा मेहरोत्रा, आर० सी०, *Polyhedron*, 1987, **6**, 427.

64. काटन, एफ० ए०, मार्लर, ओ० डी० तथा शोटजर डब्लू०, *Inorg. Chem.* 1984, **23**, 4211.

65. काटन, एफ० ए०, डीबोल्ड, एम० पी० तथा राठ, डब्लू० जे० *Inorg. Chem.*, 1988, 27, 3596.

66. ईवान्स, डब्लू० चे०, डैमिंग, टी० जे०, अलोफसन, जे० एम० तथा जिलर, जे० डब्लू० *Inorg. Chem.* 1989, **28**, 4027.

67. मेहरोत्रा, आर० सी० तथा मेहरोत्रा, ए० *J. Chem. Soc. Dalton Trans.* 1972, 1230.

68. मेहरोत्रा, आर० सी० *J. Ind. Chem. Soc.* 1953, **30**, **585**.

69. फीगेन, डब्लू० गेर्डिंग, एच० तथा निबेरिंग, एन० एम० एम० *Rect. Trav. Chem.* 1978, 27, 377.

70. ऐकिट, डब्लू० जे० तथा डुन्कन, आर० एच० *Magnet. Reson* 1974, **15**, 162.

71. चिशोल्म, एम० एच० तथा राथवेल, एम० आई० *Comprehensive Coordination* Chemistry, (G. Wilkinson eds) Vol. **II**, Pergamon Press : Oxford, 1987.

72. मेहरोत्रा, आर० सी० *J. Non-Cryst. Solids*, 1988, **100**, 1.

73. ब्रेडले, डी० सी० तथा मेहरोत्रा, आर० सी० *J. Chem. Soc.* 1952, **2027**, **4204**.

74. मेहरोत्रा, आर० सी० *J. Ind. Chem. Soc.* 1954, **31**, 85.

75. मेहरोत्रा, आर० सी०, अग्रवाल, एम०, शर्मा, सी० के० *Synth. React. Met-Org. Chem.* 1984, **13**, 571.

76. अग्रवाल, एम० तथा मेहरोत्रा, आर० सी० *Polyhedron*, 1985, **4**, 1141.

77. वही, *Polyhedron*, 1985, **4**, 845.

78. दुबे, आर० के०, शाह, ए०, सिंह, ए० तथा मेहरोत्रा, आर० सी० Recl. Trav. Chim. Pays-Bas, 1988, **107**, 237.

79. दुबे, आर० के०, सिंह, ए० तथा मेहरोत्रा, आर० सी० *J. Organomet. Chem.* 1988, 341, 569.

80. हुवर्ट-फ्लाजग्राफ, एल० जी०, राइस, जे० *Inorg. Chem.* 1975, **14**, 2854.

81. ब्रैडले, डी० सी० Chem. Rev. 1989, **89**, 1317.

82. कोर्डास, जी०, मूर, जी०, ऐगेर्टर, एम० ए०, जैफेलिक्की, एम०, सूजा, डी० एफ० तथा जारोटेओ, ई० डी० "*Sol-Gel Science and Technology*", World Scientific : Singapore, 1919, P. 470.

83. रे, आर० Science, 1987, **238**, 1664.

84. जोन्स, के०, डैविस, टी० जे०, एम्बलेम, एच० जी० तथा पार्कास, पी० *Mat. Res. Soc. Symp. Proc.* 1986, **73**, 111.

85. वही, *Mat. Res. Soc. Symp. Proc.* 1988, **121**, 81.

86. मेहरोत्रा, आर० सी०, *Int. Conf. on Si and Sn*, Kuala Lumpur, Abstra. 1989, **6**.

87. मैकेन्जी इत्यादि ।

88. हिरानो, एस०, ह्याशी, टी०, नासकी, के० तथा कैटो, के० *J. Am. Ceram. Soc.* 1989, **72**, 707.

89. मेहरोत्रा, आर० सी० इत्यादि, *Ind. J. Chem.* 1992, **31A**, 492.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 36, No. 3, 1993

Vo(II), Co(II), Ni(II), Cu(II) एवं Ag(I) थायोडाइप्रोपियोनेट संकुल-संश्लेषण एवं अभिलक्षणन

ओ० पी० अग्रवाल, के० के० वर्मा, एस० पी० खटकड़ तथा अंजली विग
रसायन विभाग, महर्षि दयानन्द विश्वविद्यालय, रोहतक-124001

[प्राप्त—अप्रैल 14, 1993]

सारांश

Vo(II), Co(II), Ni(II), Cu(II) एवं Ag(I) के थायोडाइप्रोपियोनेट संकुलों को ठोस अवस्था में विलगित कर उन्हें तात्विक विश्लेषण तथा अवरक्त स्पेक्ट्रमी एवं चुम्बकीय अध्ययनों द्वारा अभिलक्षणित किया गया। Vo(II) एवं Co(II) के 1:2, Ni(II) एवं Cu(II) के 1:1 तथा Ag(I) के 2:1 संकुल प्राप्त हुए। 3-3′ थायोडाइप्रोपियोनिक अम्ल प्रथम तीन धातु आयनों के साथ द्विदन्तुर तथा शेष दो के साथ त्रिदन्तुर लिगैण्ड की भूमिका निभाता है। कार्बोक्सिलेट समूह/समूहों के साथ-साथ Ni(II) के अतिरिक्त अन्य सभी में सल्फर दाता परमाणु के भी संकुलन में भाग लेने के संकेत अवरक्त स्पेक्ट्रमों से प्राप्त हुए। Co(II) संकुल में दो उपसहसंयोजित जल अणुओं की उपस्थिति भी सिद्ध हुई। Ag(I) संकुल को छोड़ कर सभी रंगीन थे। सभी संकुल जल तथा सामान्य कार्बनिक विलायकों में अत्यधिक अविलेय थे। सभी आंतर संकुल थे तथा सभी में बहुलकीकरण संकेतित था।

Abstract

Thiodipropionate complexes of Vo(II), Co(II), Ni(II), Cu(II) and Ag(I) : synthesis and characterization. *By* O. P. Agrawal, K. K. Verma, S. P. Khatkar and Anjali Vig, Chemistry Department, M. D. University, Rohtak-124001.

Thiodipropionate complexes of Vo(II), Co(II), Ni((II), Cu(II) and Ag(I) were synthesized and isolated in solid state. They were, further, characterized by elemental analyses, infrared spectroscopy and magnetic studies. Vo(II) and Co(II) formed 1:2, Ni(II) and Cu(II), 1:1 and Ag(I), 2:1 complexes. 3-3′ thiodipropionic acid acted as a bidentate ligand in case of the first three and a tridentate ligand in

case of the last two metal ions. Infra-red spectra provided evidence of coordination through sulfur (except in case of nickel), besides one (vanadyl and cobalt) or both (nickel, copper and silver) carboxylate groups of the ligand. Presence of two coordinated molecules of water in case of Co(II) was also indicated. All the complexes, apart from that of Ag(I), were coloured. Also, all were inner complexes and highly insoluble in water and various organic solvents; unspecified degree of polymerization was also inferred in all of them.

3-3′ थायोडाइप्रोपियोनिक अम्ल (TDPA) सल्फर दाता परमाणु के साथ-साथ दो कार्बोक्सिल समूहों की उपस्थिति के कारण, एक, द्वि अथवा त्रिदन्तुर लिगैण्ड की भाँति व्यवहार कर सकता है। कुछ एक धातु आयनों के साथ विलयनों में तो इसकी संकुलन अभिक्रियाओं के अध्ययन प्रकाश में आये हैं[1-3], परन्तु केवल Zn(II), Cd(II), Hg(II) एवं Pb(II) के संकुलों को ठोस अवस्था में विलगित कर अभिलक्षणित किया गया है[4, 5]। इस शोध-पत्र में पाँच अन्य धातु आयनों के TDPA संकुलों का संश्लेषण एवं अभिलक्षणन (तात्विक विश्लेषण, अवरक्त स्पेक्ट्रम तथा चुम्बकीय अध्ययन) सम्बन्धी कार्य प्रस्तुत किया गया है। इन संकुलों के कुछ गुणों की सूची सारणी-1 में दी गई है।

सारणी 1

कुछ धातुओं के TDPA संकुल

धातु आयन	धातु लिगैण्ड अनुपात	रंग	मूलानुपाती सूत्र
Vo(II)	1 : 2	मस्टर्ड	$[Vo(C_6H_9O_4S)_2]$
Co(II)	1 : 2	बैंगनी	$[Co(C_6H_9O_4S)_2 . 2H_2O]$
Ni(II)	1 : 1	हरा	$[Ni(C_6H_8O_4S)]$
Cu(II)	1 : 1	नीलाभ हरा	$[Cu(C_6H_8O_4S)]$
Ag(I)	2 : 1	सफेद	$[Ag_2(C_6H_8O_4S)]$

प्रयोगात्मक

थायोडाइप्रोपियोनिक अम्ल एल्ड्रिच केमिकल कम्पनी, अमरीका का उत्पाद था तथा उसे पुनर्क्रिस्टलीकृत करने के उपरान्त काम में लाया गया। धातुओं के स्रोत के रूप में निम्नलिखित यौगिकों का प्रयोग किया गया : वैनेडियम—NH_4VO_3; कोबाल्ट—$CoCl_2$; निकल—$Ni(CH_3COO)_2 . 4H_2O$; कॉपर—$Cu(CH_3COO)_2 . H_2O$; सिल्वर—CH_3COOAg। ये तथा अन्य सभी रसायन वैश्लेषिक कोटि के थे। विलायकों का विधिवत् शीतन तथा पुनर्आसवन कर लिया गया था। संकुलों एवं TDPA

के अवरक्त स्पेक्ट्रम (4000-200 cm^{-1}) अभिलेख KBr गोलियों/न्यूजोल मल में पंजाब विश्वविद्यालय चंडीगढ़ के प्रादेशिक परिष्कृत यांत्रिकी केन्द्र से Nicolet DX यन्त्र के माध्यम से प्राप्त किये गये। संकुलों में कार्बन, हाइड्रोजन तत्वों का आकलन भी वहीं से सूक्ष्मतात्विक विश्लेषक, कार्लो एरबा यन्त्र के मॉडल 1106 की सहायता से प्राप्त किया गया। सल्फर का आकलन संकुलों को विघटित कर सामान्य विधि से प्रयोगशाला में किया गया। सभी धातुओं का आकलन भी सामान्य भारमितीय विधियों द्वारा किया गया; केवल Cu(II) का आकलन आयडोमितीय अनुमापन द्वारा तथा Vo(II) का स्पेक्ट्रमी प्रकाशमापी प्रणाली[6] की सहायता से किया गया। चुम्बकीय प्रवृत्ति का मापन कक्ष ताप (~30°C) पर गॉय विधि द्वारा किया गया तथा अंश शोधन के लिये $Hg\ Co\ (SCN)_4$ को प्रयुक्त किया; प्रतिचुम्बकत्व संशोधन के लिए पास्कल स्थिरांकों की सहायता ली गई तथा TIP को उपेक्षित कर दिया गया।

संकुलों का संश्लेषण

वैनेडियम संकुल के लिए अमोनियम मेटावैनेडेट 0.01 मोल को 20 मिली० आसुत जल में घोल कर उसे TDPA के जलीय विलयन (0.03 मोल) में निरन्तर विलोडन के साथ बूंद-बूंद कर मिलाया गया और फिर मिश्रण को जलऊष्मक पर दो घण्टे तक गर्म किया गया। मस्टर्ड के रंग का संकुल, जो बाद में विश्लेषण के आधार पर वैनेडिल संकुल सिद्ध हुआ, अवक्षेपित हुआ जिसे जल से, तत्पश्चात् मीथेनॉल और अंततः ईथर से धो कर फ्यूज हुये $Ca\ Cl_2$ के ऊपर निर्वात में सुखाया गया। प्राप्ति 60% रही तथा गलनांक, >250°C (अपघटन)।

कोबाल्ट क्लोराइड के जलीय विलयन (0.01 मोल) से सोडियम हाइड्रॉक्साइड की सहायता से कोबाल्ट हाइड्रॉक्साइड को अवक्षेपित कर फिल्टर कर लिया गया। अवक्षेप में TDPA का जलीय विलयन मिलाने पर वह घुल गया। फिल्टर करने के बाद उसे जल ऊष्मक पर आयतन ~10 मिली० रह जाने तक गर्म किया गया। इससे बैंगनी रंग का ठोस उत्पाद हुआ जिसे फिल्टरन द्वारा विलगित कर मीथेनॉल से धोया गया और वैनेडियम संकुल की भाँति सुखाया गया। प्राप्ति ~70% रही तथा गलनांक, 240-241°C (अपघटन)।

शेष तीन संकुल अजलीय माध्यम में प्राप्त किये गए। धातु ऐसीटेटों के मीथेनॉल विलयन (0.01 मोल) में TDPA के मीथेनॉल विलयन (निकल तथा सिल्वर में 0.01 मोल तथा कॉपर में 0.02 मोल) को निरन्तर विलोडन के साथ धीरे-धीरे मिलाया गया। रंगीन संकुल अवक्षेपित हुए। उन्हें फिल्टरन द्वारा विलगित कर, मीथेनॉल और तत्पश्चात् निर्जल ईथर से धोया गया और पहले की तरह सुखाया गया। प्राप्ति एवं गलनांक इस प्रकार रहे :

निकल—~40%, >250°C (अपघटन); कॉपर—~60%, 339-240 °C (अपघटन); सिल्वर—~40%, 196-200 °C (अपघटन)

अभिलक्षणन

तात्विक विश्लेषण

तात्विक विश्लेषण के परिणाम सारणी-2 में संकलित हैं।

सारणी 2

संकुलों में तत्वों का प्रतिशत—प्राप्त (परिकलित)

संकुल (मूलानुपाती सूत्र)	C	H	S	धातु
$[Vo(C_6H_9O_4S)_2]$	33.69 (34.20)	4.06 (4.30)	13.84 (15.27)	11.97 (12.15)
$[Co(C_6H_9O_4S)_2 . 2H_2O]$	31.44 (32.07)	4.35 (4.93)	14.18 (14.27)	13.03 (13.11)
$[Ni(C_6H_8O_4S)]$	31.49 (30.76)	4.06 (3.42)	15.04 (13.70)	24.39 (25.08)
$[Cu(C_6H_8O_4S)]$	29.11 (30.06)	3.23 (3.36)	14.16 (13.37)	26.17 (26.50)
$[Ag_2(C_6H_8O_4S)]$	17.29 (18.38)	1.79 (2.05)	7.25 (8.18)	53.95 (55.04)

अवरक्त स्पेक्ट्रम एवं अनुचुम्बकत्व

लिगैण्ड TDPA एवं धातु संकुलों की महत्वपूर्ण अवरक्त आवृत्तियाँ, जिनके आधार पर संकुलन सम्बन्धी निष्कर्ष प्राप्त किये गये हैं, सारणी-3 में संकलित हैं।

वैनेडियम संकुल के अवरक्त स्पेक्ट्रम में लिगैण्ड की ν सम० (COO) आवृत्ति दो भागों में विभाजित हो जाती है। एक आवृत्ति (1425 cm^{-1}) तो लगभग मूल आवृत्ति के स्थान पर ही दिखाई पड़ती है जबकि दूसरी घट कर 1400 cm^{-1} पर पहुँच जाती है। यह ह्रास एक कार्बोक्सिलेट समूह के माध्यम से संकुलन इंगित करता है! दूसरी ओर, ν असम० (COO) आवृत्ति लगभग अपरिवर्तित रहती हैं और साथ ही संगुणित ν OH आवृत्ति भी अपने स्थान पर ही दिखाई देती है। इससे पुनः संकेत मिलता है कि कम से कम एक —COOH समूह तो अवश्य ही प्रोटॉनयुक्त एवं असंकुलित रहता है। संकुल के जलीय निलम्बन के NaOH द्वारा चालकतामितीय एवं पी-एचमितीय अनुमापनों से भी एक ही प्रोटॉनयुक्त —COOH की उपस्थिति संकेतित होती है। संकुल में लिगैण्ड की νC—S आवृत्ति भी उतर कर 368Cm^{-1} पर चली आती है जो सल्फर के माध्यम से भी संकुलन इंगित करता है। संकुल में

सारणी 3

TDPA एवं संकुलों की महत्वपूर्ण अवरक्त आवृत्तियाँ (cm^{-1})

TDPA	$[Vo(C_6H_9O_4S)_2]$	$[Co(C_6H_9O_4S)_2 \cdot 2H_2O]$	$[Ni(C_6H_8O_4S)]$	$[Cu(C_6H_8O_4S)]$	$[Ag_2(C_6H_8O_4S)]$	निर्दिष्ट
3400-3000 mb	3100 wb	3400-3100 b	—	—	—	संगुणित OH तनन
1690 vs	1695 s	1690 sh	1580 m	1590 s	1610 w	असममित COO तनन
		1580 m	1560 m		1580 b	
		1560 m				
		1530 m				
1430 s	1425 s	1430 m	1440 s	1440 s	1390 s	सममित COO तनन
	1400 s	1420 m	1375 s	1400 m		
		1400 m		1380 m		
		1360 m				
662 m	638 m	640 w	660 vw	620 m	650 m	C-S तनन
					620 w	

s=प्रबल, m मध्यम, w=दुर्बल, v=अति, b=चौड़ा, sh=शोल्डर

945 cm^{-1} एवं 930 cm^{-1} की नई आवृत्तियाँ V=O समूह की उपस्थिति की सूचक हो सकती है[7]। यह संकुलन के पहले V(V) के वैनेडिल अवस्था में अपचयन का परिचायक है जिसकी पुष्टि अनुचुम्बकत्व आँकड़े (1.51 B. M.), जो एक अयुग्मित इलेक्ट्रॉन की उपस्थिति के अनुरूप आदर्शमान (1.73 B. M.) के बहुत निकट है, से भी होती है। अनुचुम्बकत्व का अत्यन्त निम्न मान वैनेडिल संकुल के अतिशय विकृत लिगैण्ड क्षेत्र[8], जिसकी त्रिविमविन्यासी व्यवस्था अनिश्चित ही कही जा सकती है[9क], के कारण हो सकता है। यह निम्न मान बहुलीकरण के कारण भी हो सकता है जैसा कि थायोमैलिक अम्ल के वैनेडिल संकुल में पाया गया है[10]। स्मरणीय है कि संकुल में एक नई आवृति 830 cm^{-1} पर दिखती है जो सेतु νV—O के कारण हो सकती है[11] यद्यपि इस क्षेत्र में अन्य प्रकार के लिगैण्ड कम्पनों की उपस्थिति के कारण निश्चित निर्दिष्टि समीचीन न होगी। निष्कर्ष निकाला जा सकता है कि TDPA के दोनों अणु एक प्रोटॉनविहीन कार्बोक्सिलेट समूह तथा सल्फर के माध्यम से Vo(II) से संकुलित होते हैं जबकि प्रत्येक लिगैण्ड का दूसरा कार्बोक्सिल समूह प्रोटॉनयुक्त एवं असंकुलित रहता है। ऐसा संकुल आंतर संकुल होगा।

कोबाल्ट संकुल में TDPA की νसम० (COO) आवृत्तियाँ चार-चार में विभाजित हो जाती है। इनमें से पहली आवृत्ति सदैव मूल लिगेण्ड की आवृत्ति के लगभग तथा शेष निम्नतर आवृत्तियाँ होती हैं। लिगैण्ड की νOH आवृत्ति भी लगभग पूर्णतः अपरिवर्तित रहती है। यह कुछ —COOH समूहों की प्रोटॉनयुक्त अवस्था एवं संकुल में H_2O की उपस्थिति का सूचक हो सकता है। अतः हम यह कह सकते हैं कि सम्भवतः प्रत्येक TDPA अणु का केवल एक कार्बोक्सिलेट समूह, प्रोटॉनविहीन दशा में संकुलित होता है जबकि दूसरा प्रोटॉनयुक्त एवं असंकुलित रहता है। वैनेडिल संकुल की भाँति यहाँ भी चालकतामितीय एवं पी-एच मितीय अनुमापनों से इसकी पुष्टि होती है तथा तात्विक विश्लेषण से भी। आवृत्ति पट्टों का विभाजन संकुल की असममित संरचना के कारण हो सकता है[12]। TDPA के νC—S की आवृत्ति के नीचे उतरने से >S के माध्यम से भी संकुलन प्रतीत होता है। इस संकुल का अनुचुम्बकत्व 3.71 B. M. पाया गया जिससे तीन अयुग्मित इलेक्ट्रॉनों की उपस्थित संकेतित होती है। स्पष्ट है कि संकुल निम्न स्पिन अष्टफलकीय संकुल नहीं हो सकता, इस मान के आधार पर उच्च-स्पिन अष्टफलकीय एवं चतुष्फलकीय सममितियों में भी अन्तर करना सम्भव नहीं है। समतली वर्गाकार सममिति भी सम्भव नहीं लगती[9ख]। यह मान आदर्श मान (3.87 B. M.) से कम भी है जबकि स्पिन-ऑरबिट युग्मन अथवा/तथा कक्षकीय आघूर्ण के आंशिक शमन के कारण इसे अपेक्षतया अधिक होना चाहिए। कम मान ठोस अवस्था में किंचित बहुलीकरण तथा परिणामतः धातु-धातु अन्योन्य प्रक्रिया के कारण हो सकता है।

शेष तीन अन्य संकुलों में TDPA की νOH आवृत्ति पूर्णतः लुप्त हो जाती है। साथ ही ν असम० (COO) तथा ν सम० (COO) आवृत्तियाँ भी निम्नतर हो जाती हैं (सारणी-3)। इससे स्पष्ट संकेत मिलता है कि इनमें TDPA के दोनों —COOH समूह प्रोटॉनविहीन अवस्था में धातु आयन से संकुलित हो जाते हैं। NaOH की सहायता से किये गये चालकतामितीय एवं पी-एचमितीय अनुमापनों से इसकी पुष्टि भी होती है। लिगैण्ड की νC—S आवृत्ति में विश्वसनीय परिवर्तन केवल Cu(II) एवं

Ag(I) संकुलों में होता है जो >S के माध्यम से भी संकुलन इंगित करता है जबकि Ni(II) संकुल में ऐसा नहीं लगता। आवृतिपट्टों के विभाजन का कारण वही लगता है जो Co(II) संकुल के बारे में ऊपर दिया जा चुका है।

Ag(I) संकुल कुछ विशिष्ट प्रकार का लगता है। इसमें धातु-लिगैण्ड अनुपात 2:1 का है। इस तथ्य तथा अवरक्त स्पेक्ट्रम से प्राप्त अन्य सभी संकेतों को एक साथ रखने पर संकुल का जो चित्र उभरता है उसके अनुसार TDPA के दो कार्बोक्सिलेट समूहों से दो भिन्न Ag(I) संकुलित होते हैं तथा ये Ag(I) इसी प्रकार संकुलित अन्य इकाइयों के सल्फरदाता परमाणुओं से भी बन्धित होकर बहुलकी संरचना को जन्म देते हैं; प्रत्येक सल्फर परमाणु केवल एक Ag(I) से ही सम्बन्ध स्थापित करता है। दृष्टव्य है कि इस प्रकार प्रत्येक Ag(I) की उपसहसंयोजकता संख्या दो प्राप्त करने की स्वाभाविक रहेगी। यह भी स्मरणीय है कि νC—S का विभाजन भी बहुलीकरण के कारण हो सकता है।

Ni(II) संकुल का अनुचुम्बकत्व 2.36 B. M. पाया गया। मध्यमान दो अयुग्मित इलेक्ट्रॉनों की उपस्थिति के आदर्शमान (2.83 B. M.) से बहुत कम है। परन्तु ऐसे मान Ni(II) के अन्य संकुलों में भी पाये गये हैं तथा उनके लिये निम्नलिखित सम्भावित कारण बताये गये हैं[9ग]:

1. संकुल की बहुलकी प्रकृति तथा परिणामतः धातु-धातु अन्योन्य प्रक्रिया।
2. अष्टफलकीय (अनुचुम्बकीय-4 इकाई) तथा वर्गाकार समतली (प्रति चुम्बकीय-2 इकाई) Ni(II) संकुलों का ठोस अवस्था में सह-अस्तित्व।

TDPA संकुल के निम्न अनुचुम्बकत्व के भी इन्हीं में से कोई एक या दोनों कारण हो सकते हैं।

Cu(II) संकुल या अनुचुम्बकत्व 1.48 B. M. पाया गया। यह मान एक अयुग्मित इलेक्ट्रॉन की उपस्थिति इंगित करता है यद्यपि आदर्श मान (1.73 B. M.) से अत्यन्त कम है। इसके आधार पर लिगैण्ड क्षेत्र की त्रिविम विन्यासी व्यवस्था बताना सम्भव नहीं है। अति निम्न मान Cu(II) संकुलों में बहुधा पाये गये हैं तथा कारण, द्वितयीकरण/बहुलकीकरण तथा परिणामतः धातु-धातु अन्योन्य प्रक्रिया निर्दिष्ट किया गया है[9घ]।

Ag(I) संकुल, जैसा कि सोचा जा सकता है, प्रतिचुम्बकीय था।

स्पष्ट है कि पाँचों में आंतर संकुल प्रकृति तथा बहुलीकरण संकेतित हैं। ये दोनों ही विशिष्टतायें अन्ततः सभी संकुलों की जल तथा विभिन्न कार्बनिक विलायकों में अतिशय अविलेयता को व्याख्यायित करती हैं। अविलेयता के कारण ही न तो अणु भार ज्ञात किया जा सका और न ही न्यूक्लीय चुम्बक स्पेक्ट्रम लिये जा सके। किसी भी संकुल में लिगैण्डों की त्रिविम व्यवस्था भी निर्धारित नहीं की जा सकी। निम्नतर क्षेत्र में अवरक्त स्पेक्ट्रम के अत्यल्प विभेदन के कारण νM—O एवं νM—S की निर्दिष्टि भी संकुलों में नहीं की जा सकी।

कृतज्ञता-ज्ञापन

हममें से एक लेखक (अंजली विग), छात्रवृत्ति के लिये महर्षि दयानन्द विश्वविद्यालय रोहतक के आभारी हैं।

निर्देश

1. सुजुकी, के०, चीक्रो, क० शिगुरु मोरी तथा काजुओं, मा०, J. Inorg. Nucl. Chem., 1968, **30**, 167.
2. सिंह, ए०, कालरा एच० एल०, दूबे, एस०एन० तथा पुरी, डी० एम०, Acta Ciencia Indica, 1978, **4-4,** 35.
3. बवेजा, आर० के०, दुबे, एस० एन०तथा पुरी, डी० एम०, Acta Cienia, 1980, **VI**, C-2 67.
4. कौल, के० एम०, पुरी, एम० के० तथा दुबे के०पी०, Chem. Era, 1978, **14-4,** 151.
5. अग्रवाल, ओ० पी०, वर्मा, के० के० तथा अंजली, विग, विज्ञान परिषद अनुसन्धान पत्रिका, 1989 **32-2,** 35.
6. वोगेल ए० आई०, A Textbook of Quantitative Inorganic Analysis, ई० एल० बी० एस० तथा लांगमैन्स (तीसरा संस्करण) 1973 (लन्दन) पृष्ठ 745.
7. सेलबिन, जे०, मैनिंग, एच० आर० तथा सेसैक, जी०, J. Inorg. Nucl. Chem., 1963, **25**, 253.
8. बालाहुसन, सी० जे० तथा ग्रे, एच० बी०, Inorg. Chem. 1962, **1**, 111.
9. फिग्गिस, बी० एन० तथा लुइस, जे० Progress in Chemistry (क) (1964) 6 108 (ख) पृ० 192 (ग) पृ० 201, 203 (घ) पृ० 211.
10. पाटिल, पी० आर० तथा कृष्णन, वी०, Indian J. Chem., 1980, **19A**, 555.
11. बेनेट, बी० जी० तथा निकोलस, डी० एन०, J. Inorg. Nucl. Chem., 1972, **34**, 673.
12. पाटिल, पी० आर० तथा कृष्णन, वी०, J. Inorg. Nucl. Chem., 1979, **41**, 1069.

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol, 36, No. 3, 1993

$A_{n'v}(x)$ के जनक फलन के रूप में अपूर्ण गामा फलन

प्रह्लाद सिंह कौरव

शासकीय स्नातकोत्तर विद्यालय, अम्बिकापुर, सरगुजा (म० प्र०)

[प्राप्त—अगस्त 3, 1991]

सारांश

$A_{n'v}(x)$ के स्पष्ट रूप को उसके जनक फलन सहित प्राप्त किया गया है। परिणाम अच्छे हैं और नवीन लगते हैं।

Abstract

Incomplete Gamma-function as a generating function of $A_{n'v}(x)$. *By* Prahlad Singh Kaurav, Government P. G. College, Ambikapur, Suguja (M. P.)

An explicit form $A_{n'v}(x)$ is obtained along with its generating function. The results are in a very elegant form and are believed to be new.

1. न्यूमान के बहुपद $O_n(z)$ को निम्न प्रकार से (1, p 32) परिभाषित किया जाता है

$$(z-\xi)^{-1}=\sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n J_n(\xi)\, O_n(z) \tag{1.1}$$

$$\epsilon_0=1,\ \epsilon_n=2,\ n\geqslant 1,\ |\xi|<|z|$$

गेगनबार ने इन बहुपदों का सार्वीकरण $A_{n,v}(z)$ के रूप में परिभाषित किया (1, p. 34)

$$\frac{\xi^v}{(z-\xi)}=\sum_{n=0}^{\infty} A_{n,v}(z)\, J_{v+n}(\xi) \tag{1.2}$$

$$|\xi|<|z|$$

(1.2) से $A_{n,v}(z)$ के सुस्पष्ट रूप को प्राप्त करना कठिन है इसलिए इसके सुस्पष्ट रूप को प्राप्त करने और ऐसा जनक फलन ढूँढने, का जो फलन को आसानी से प्रदान करसके प्रस्ताव किया गया।

2. स्पष्ट रूप

(2, p. 171(8)) तथा (1, p. 175(18) से हमें प्राप्त होता है कि

$$A_{n,v}(z)=\int_0^\infty Z^t i^n(n+v)\Gamma(v)\,\overset{v}{C_n}(-it)\,e^{-zt}\,dt \tag{2.1}$$

$$=Z^v\,.\,i^n\,(-1)^n\,i^n\,(n+v)\,\Gamma(v)\,\sum^{[n/2]}\frac{(-1)^m\,(v)_{n-m}}{m!\,(n-2m)!\,(-1)^{2m}\,i^{2m}}$$

$$\int_0^\infty t^{n-2m}\,e^{-3t}\,dt$$

अथवा

$$A_{n,v}(z)=Z^{v+n}(n+v)\sum_{m=0}^{[n/2]}\frac{\Gamma(v+n-m)}{m!\,Z^{2m}}\,\frac{1}{z^{n-2m-1}} \tag{2.2}$$

जो वांछित स्पष्ट रूप है

$$A_{0,v}(z)=Z^v\Gamma(v+1)\,z^{-1},\;A_{1,v}(z)=Z^{v+1}\Gamma(v+2)\,.\,z^{-2}$$

$$A_{2,v}(z)=Z^{v+2}\Gamma(v+3)\,.\,z^{-3}+Z^n(v+2)\,.\,\Gamma(v+1)\,3^{-1}$$

$$A_{3,v}(z)=Z^{v+3}\Gamma(v+4)\,z^{-4}+2^{v+1}\,(v+3)\,\Gamma(v+2)\,z^{-2}$$

$\gamma=0$ रखने पर हमें मिलता है

$$A_{0,0}(z)=z^{-1}=O_0(z),$$

$$A_{1,0}(z)=2z^{-2}=ZO_1(z)$$

$$A_{2,0}(z)=2[4z^{-3}+z^{-1}]=2O_2(z)\text{ etc.}$$

3. जनक फलन

(2.1) से हमें निम्नलिखित मिलता है

$$\frac{A_{n,v}(p)}{2^v\,i^n\,(n+v)\,\Gamma(v)}=\int_0^\infty \overset{v}{C_n}(-it)\,e^{-pt}\,.\,dt \tag{3.1}$$

दोनों ओर z^n से गुणा करने तथा 0 से ∞ तक संकलन करने पर

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n \cdot A_{n,v}(p)}{2^v \cdot i^n (n+v)\Gamma(v)} = \int_0^{\infty} \sum_0^{\infty} z^n \cdot C_n^v (-it)\, e^{-pt}\, dt$$

यह विधि वैध है क्योंकि z समाकलन में निहित नहीं है। अब (1, p. 177 (29)) से

$$\sum_0^{\infty} z^n C_n^v (-it) = (1+2izt+z^2)^{-v}$$

जिससे

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n \cdot A_{n,v}(p)}{2^v \Gamma(v)\, i^n (n+v)} = \int_0^{\infty} (1+2itz+z^2)^{-v} \cdot e^{-pt}\, dt$$

दाहिने पक्ष के चर का परिवर्तन करने पर

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n \cdot A_{n,v}(p)}{2^v \Gamma(v)\, i^n (n+v)} = \frac{1}{p}\, e^{p(1+zi)/2iz} \cdot \left(\frac{2iz}{p}\right)^{-v} \cdot \Gamma\left(1-v \cdot p\frac{1+z^2}{iz2}\right)$$

अथवा

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n Z^{n+v} A_{n,v}(x)}{(n+v)\,\Gamma(v)\, x^{v-1}} = e^u\, \Gamma(1-v, u) \tag{3.2}$$

जहाँ

$$U = \frac{x(1-Z^2)}{2Z}$$

(3.1) वांछित जनक फलन है।

ψ फलन के पदों में इसे निम्न प्रकार लिखा जा सकता है—

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1) \cdot Z^{n+v} A_{n,v}(x)}{(n+v)\,\Gamma(v)\, x^{v-1}} = \psi(v \cdot v \cdot u) \tag{3.3}$$

$$U = \frac{x(1-Z^2)}{2Z}$$

कृतज्ञता-ज्ञापन

लेखक अपने विद्यालय के प्राचार्य डॉ० रट्टन सिंह के प्रति शोधपत्र की तैयारी में सहायता करने हेतु एवं विश्वविद्यालय अनुदान आयोग नई दिल्ली के प्रति आर्थिक सहायता प्रदान करने के लिए कृतज्ञता प्रकट करता है ।

निर्देश

1. एर्डेल्यी, ए० इत्यादि, Higher Transcendental Functions. Vol. 2. Mcgraw Hill New York, 1953
2. वही, Tables of Integral Transforms Vol. 1. Mcgraw Hill, New York, 1953

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 36, No. 3, 1993

मसूरी रॉक फास्फेट की उपस्थिति में चौलाई की बढ़वार, उपज तथा भारी धातुओं के उद्ग्रहण पर वाहित मल जल (सीवेज) तथा अवमल (स्लज) का प्रभाव

शिवगोपाल मिश्र तथा दिनेश मणि

शीलाधर मृदा विज्ञान संस्थान, इलाहाबाद विश्वविद्यालय, इलाहाबाद (उ० प्र०)

[प्राप्त—जुलाई 9, 1992]

सारांश

शीलाधर मृदा विज्ञान संस्थान फार्म में प्रक्षेत्र प्रयोग में घरेलू अवमल (स्लज) की चार विभिन्न मात्रायें (0, 10, 20, 30 टन प्रति हैक्टेयर) तथा मसूरी रॉक फास्फेट म. रा. फा. हैं, की चार विभिन्न मात्रायें (0, 120, 140, 160 कि० ग्राम/प्रति हैक्टेअर) डालने के बाद उसमें चौलाई उगाई गई। सिचाई घरेलू वाहित मल-जल (सीवेज) से की गई। प्रयोगोपरान्त यह प्रेक्षित किया गया कि अवमल तथा मसूरी रॉक फास्फेट की मात्रा में वृद्धि के साथ फसल की बढ़वार तथा उपज दोनों में वृद्धि होती है। यह वृद्धि अवमल में उपस्थित कार्बनिक पदार्थ तथा मसूरी रॉक फास्फेट की उपस्थिति में मल-जल से विषैली भारी धातुओं के अवशोषण में ह्रास के कारण सम्भव है। चौलाई की पत्तियों में विषैली भारी धातुयें यथा कैडमियम, क्रोमियम, लेड की मात्रा मसूरी रॉक फॉस्फेट की मात्रा में वृद्धि के साथ कम होती है। परन्तु जिंक की मात्रा में कोई कमी नहीं हुई बल्कि कहीं-कहीं अधिकता ही परिलक्षित होती है। इसका कारण वाहित मल-जल तथा अवमल में पहले से ही जिंक की अधिक मात्रा का उपस्थित होना हो सकता है। इस प्रकार के प्रयोग से चौलाई की पत्तियों की गुणवत्ता पर कोई प्रतिकूल प्रभाव नहीं दिखायी दिया।

Abstract

Effect of sewage and sludge reinforced with Mussoorie Rock Phosphate on the growth, yield and uptake of heavy metals by Lettuce. *By* S. G. Misra and Dinesh Mani, Sheila D har Institute of Soil Science, University of Allahabad, Allahabad.

Field experiments were conducted at Sheila Dhar Institute (SDI) experimental farm using sewage water for irrigation of Lettuce crop after adding four different doses of domestic sludge (0, 10, 20, 30, ton/ha) and four different doses of Mussoorie Rock Phosphate (MRP) (0, 120, 140, 160 kg/ha) both singly and in combination. It was observed that the crop showed good response (as far as the growth and yield of crop are concerned) with increasing doses of sludge and Mussoorie Rock Phosphate (MRP), which may be due to the presence of organic matter in sludge and phosphate from Mussoorie Rock Phosphate which form complexes with heavy metals present in sewage and sludge and make them unavailable for the plant, thereby mitigating their uptake. The content of Cd, Cr, Pb in the Lettuce leaves decreased with increased doses of Mussoorie Rock Phosphate but the content of Zn is increased due to its higher content in domestic sludge. No harmful effect was observed on the quality of Lettuce leaves.

नगण्य लागत पर वाहित मल-जल एवं अवमल के प्रयोग द्वारा खेती करना और अधिक उपज प्राप्त करना अब बुद्धिमत्तापूर्ण निर्णय नहीं कहा जा सकता क्योंकि अब यह निश्चित हो चुका है कि वाहित मल-जल (सीवेज) तथा अवमल (स्लज) के लगातार उपयोग से मिट्टी में कैडमियम (Cd), क्रोमियम (Cr), लेड (Pb) तथा जिंक(Zn) आदि विषैली भारी धातुओं की मात्रा में वृद्धि होती है[1]। अवमल के अल्पकालीन प्रयोगोपरान्त पौधों के खाने योग्य भागों में विशेषकर पत्तियों में विषैली भारी धातुओं को संचय करने की प्रवृत्ति की पुष्टि हो चुकी है[2]। एक अन्य अध्ययन से चौलाई की पत्तियों में अन्य सब्जियों की तुलना में कैडमियम का संचय अधिक होने की सम्भावना व्यक्त की जा चुकी है[3,4]। वैसे अवमल (स्लज) कार्बनिक पदार्थ एवं अन्य पोषक तत्वों का एक अच्छा स्रोत है किन्तु विषैली भारी धातुओं की उपस्थिति के कारण इसके हानिकारक प्रभाव से बचने के लिए फास्फोरसयुक्त उर्वरक का प्रयोग आवश्यक होता है। कार्बनिक पदार्थ एवं फासफोरसयुक्त उर्वरक की उपस्थिति में विषैली भारी धातुओं का अवशोषण पौधों में कम होता है क्योंकि कार्बनिक पदार्थ भारी धातुओं के साथ जटिल यौगिक बनाकर[5] उन्हें निश्चेष्ट बनाता है[6]।

प्रस्तुत अध्ययन में अवमल के साथ मसूरी रॉक फास्फेट की प्रयोग करते हुए वाहित मल जल सिंचाई करने पर चौलाई की बढ़वार, उपज तथा पत्तियों में विषैली भारी धातुओं (यथा Cd, Cr, Pb तथा Zn) की सान्द्रता पर पड़ने वाले प्रभावों को दर्शाया गया है।

प्रयोगात्मक

प्रस्तुत अध्ययन के लिए शीलाधर मृदा-विज्ञान संस्थान के कृषि फार्म को चुना गया जिसकी सिंचाई पिछले डेढ़ दशक से घरेलू वाहित मल जल से की जा रही है। इस प्रयोग के लिए चौलाई को सूचक फसल के रूप में उगाया गया। 48 वर्गमीटर के क्षेत्रफल में यादृच्छिक विधि से 1×1 मीटर^2 के प्लाट बनाकर उपचार किया गया।

कार्बनिक पदार्थ के स्रोत के रूप में हमने अवमल (स्लज) की चार विभिन्न मात्रायें (0, 10, 20, 30 टन/है०) तथा फास्फेट के स्रोत के रूप में मसूरी रॉक फास्फेट की चार विभिन्न मात्रायें (0, 120, 140, 160 कि० ग्राम/है०) प्रयुक्त की गईं। मसूरी रॉक फास्फेट में कुल P_2O_5 की मात्रा 19.4% तथा अवमल में कुल नाइट्रोजन, फास्फोरस एवं पोटाश की मात्रायें क्रमशः 2.5, 0.2 तथा 0.5% थीं। अवमल में कुल कार्बन की प्रतिशत मात्रा 1.20 थी। अवमल में भारी धातुओं की मात्रा सारणी-1 में दी गयी है। इन भारी धातुओं की कुल मात्रा ज्ञात करने के लिए निष्कर्षण डाई एसिड (द्वि-अम्ल) मिश्रण में तथा उपलब्ध मात्रा ज्ञात करने के लिए डी० टी० पी० ए० में निष्कर्ष तैयार किया गया। तत्पश्चात् इन निष्कर्षों से भारी धातुओं की मात्रा 'एटामिक एब्जार्प्शन स्पेक्ट्रोफोटोमीटर' (PYE UNICAM SP 2900 Coupled with SP-9 computer) द्वारा ज्ञात की गयी।

चौलाई की बुवाई दिनांक 23-01-1990 को की गयी। प्लाटों की सिचाई वाहित मल-जल से समय-समय पर की गयी। कुल 8 सिचाइयाँ की गयीं। तत्पश्चात् क्रमशः 20 व 40 दिन बाद पौधों की बढ़वार सम्बन्धी प्रेक्षण लिए गए। परिणाम सारणी-2 में अंकित हैं।

40 दिन बाद फसल को जड़ सहित उखाड़कर चौलाई का ताजा हरा तथा शुष्क भार ज्ञात किया गया। परिणाम सारणी-3 में अंकित हैं। शुष्क नमूनों का विश्लेषण Cd, Cr, Pb तथा Zn-इन चार विषैली भारी धातुओं के लिए किया गया। इसके लिए पौधों से नमूनों को द्वि-अम्ल मिश्रण से पाचित करके 'एटामिक एब्जार्प्शन स्पेक्ट्रोफोटोमीटर' द्वारा चार धातु तत्वों की मात्रा ज्ञात की गयी। प्राप्त परिणाम सारणी-4 में दिये गये हैं।

सारणी 1

अवमल (स्लज) में भारी धातुओं की सान्द्रता

भारी धातु	सान्द्रता (पी० पी० एम० में) कुल	डी० टी० पी० ए० निष्कर्षित
Cd	22	1.47
Cr	14	0.87
Pb	30	0.60
Zn	180	12.8
Fe	300	82.0
Mn	290	48.2

इस सारणी से स्पष्ट है कि अवमल में कैडमियम (Cd) तथा जिंक (Zn) की प्रचुर मात्रायें उपस्थित हैं।

सारणी 2

उपचार	बुवाई के 20 दिन बाद पत्तियों की संख्या	बुवाई के 20 दिन बाद ऊँचाई (से० मी० में)	बुवाई के 40 दिन बाद पत्तियों की संख्या	बुवाई के 40 दिन बाद ऊँचाई (से० मी० में)
1. कन्ट्रोल (स्लज+म०रा०फा०)	6	10	28	38
2. स्लज (0)+म०रा०फा० (120 कि०ग्राम/है०)	5	10	26	36
3. स्लज (0)+म०रा०फा० (140 कि०ग्राम/है०)	7	12	30	40
4. स्लज (0)+म०रा०फा० (160 कि०ग्राम/है०)	6	10	29	40
5. स्लज (10 टन/हैं०)+म०रा०फा० (0)	5	9	25	35
6. स्लज (10 टन/है०)+म०रा०फा०(120 कि०ग्राम/है०)	5	10	26	36
7. स्लज (10 टन/है०)+म०रा०फा० (140 कि०ग्राम/है०)	7	13	32	42
7. स्लज (10 टन/है०)+म०रा०फा० (160 कि०ग्राम/है०)	6	11	28	40
9. स्लज (20 टन/है०)+म०रा०फा० (0)	7	12	30	42
10. स्लज (20 टन/है०)+म०रा०फा० (120 कि०ग्राम/है०)	7	12	32	42
11. स्लज (20 टन/है०)+म०रा०फा० (140 कि०ग्राम/है०)	6	13	30	43
12. स्लज (20 टन/है०)+म०रा०फा० (160 कि०ग्राम/है०)	8	15	34	47
13. स्लज (30 टन/है०)+म०रा०फा० (0)	6	11	28	40
14. स्लज (30 टन/है०)+म०रा०फा० (120 कि०ग्राम/है०)	7	13	32	42
15. स्लज (30 टन/है०)+म०रा०फा० (140 कि०ग्राम/है०)	7	12	32	42
16. स्लज (30 टन/है०)+म०रा०फा० (160 कि०ग्राम/है०)	8	15	36	48

सारणी 3

चौलाई की उपज

उपचार	ताजा भार ग्राम/मी०^2	शुष्क भार ग्राम/मी०^2
1. कन्ट्रोल (स्लज+म०रा०फा=0)	400	80
2. स्लज (0)+म०रा०फा० (120 कि०ग्राम/है०)	600	120
3. स्लज (0)+म०रा०फा० (140 कि०ग्राम/है०)	400	80
4. स्लज (0)+म०रा०फा० (160 कि०ग्राम/है०)	600	120
5. स्लज (10 टन/हैमे)+म०रा०फा० (0)	600	120
6. स्लज (10 टन/है०)+म०रा०फा० (120 कि०ग्राम/है०)	500	100
7. स्लज (10 टन/है०)+म०रा०फा० (140 कि०ग्राम/है०)	760	180
8. स्लज (10 टन/है०)+म०रा०फा० (160 कि०ग्राम/है०)	440	100
9. स्लज (20 टन/है०)+म०रा०फा० (0)	580	110
10. स्लज (20 टन/है०)+म०रा०फा० (120 कि० ग्राम/है०)	600	120
11. स्लज (20 टन/है०)+म०रा०फा० (140 कि०ग्राम/है०)	780	200
12. स्लज (20 टन/है०)+म०रा०फा० (160 कि०ग्राम/है०)	820	240
13. स्लज (30 टन/है०)+म०रा०फा० (0)	780	220
14. स्लज (30 टन/है०)+म०रा०फा० (120 कि०ग्राम/है०)	1000	260
15. स्लज (30 टन/है०)+म०रा०फा० (140 कि०ग्राम/है०)	900	240
16. स्लज (30 टन/है०)+म०रा०फा० (160 कि०ग्राम/है०)	1400	300

सारणी 4

चौलाई की पत्तियों में भारी तत्वों की सान्द्रता (पी० पी० एम० में) डाई-एसिड निष्कर्षित

उपचार	सान्द्रता (पी० पी० एम० में)			
	Cd	Cr	Pb	Zn
1. कन्ट्रोल (स्लज+म०रा०फा०=0)	4.80	13.8	12.6	13.6
2. स्लज (0)+म०रा०फा० (120 कि०ग्राम/है०)	4.60	12.2	12.4	14.2
3. स्लज (0)+म०रा०फा० (140 कि०ग्राम/है०)	6.40	13.9	12.8	12.8
4. स्लज (0)+म०रा०फा० (160 कि०ग्राम/है०)	2.30	12.0	11.8	14.0
5. स्लज (10 टन/है०)+म०रा०फा० (0)	5.22	14.0	13.0	16.0
6. स्लज (10 टन/है०)+म०रा०फा० (120 कि०ग्राम/है०)	6.48	14.7	13.8	15.6
7. स्लज (10 टन/है०)+म०रा०फा० (140 कि०ग्राम/है०)	6.20	14.2	13.2	14.8
8. स्लज (10 टन/है०)+म०रा०फा० (160 कि०ग्राम/है०)	5.80	11.8	9.1	12.6
9. स्लज (10 टन/है०)+म०रा०फा० (0)	6.00	14.2	10.8	16.8
10. स्लज (20 टन/है०)+म०ग०फा० (120 कि०ग्राम/है०)	6.66	13.0	11.0	14.0
11. स्लज (20 टन/है०)+म०रा०फा० (140 कि०ग्राम/है०)	5.84	12.8	11.6	12.8
12. स्लज (20 टन/है०)+म०रा०फा० (160 कि०ग्राम/है०)	3.20	10.2	9.6	16.8
13. स्नज (30 टन/है०)+म०रा०फा० (0)	3.84	10.6	9.9	18.2
14. स्लज (30 टन/है०)+म०रा०फा० (120 कि०ग्राम/है०)	4.60	11.2	10.2	20.4
15. स्लज (30 टन/है०)+म०रा०फा० (140 कि०ग्राम/है०)	4.20	10.4	9.8	22.6
16. स्लज (30 टन/है०)+म०रा०फा० (160 कि०ग्राम/है०)	4.16	10.9	9.6	20.2

परिणाम तथा विवेचना

सारणी-1 से स्पष्ट है कि अवमल Cd तथा Zn की प्रचुर मात्रायें उपलब्ध हैं।

सारणी-2 से स्पष्ट है कि जिन प्लाटों में अवमल तथा म० रा० फा० दोनों डाले गये उनमें पौधों की बढ़वार सर्वाधिक होती है। ये प्रेक्षण चाहे 20 दिन बाद के हों या 40 दिन बाद के।

सारणी-3 में अंकित उपज सम्बन्धी परिणामों से इस बात की पुष्टि होती है कि कार्बनिक पदार्थ तथा फास्फेट की अधिक मात्रा होने से चौलाई को सर्वाधिक उपज होती है।

सारणी-4 से स्पष्ट है कि अवमल तथा फास्फेट की मात्रा में वृद्धि के साथ चौलाई द्वारा Cd, Cr तथा Pb का अवशोषण कम होता है। अकेले मसूरी रॉक फास्फेट या अकेले अवमल की कम या औसत मात्रा प्रयोग करने पर भारी धातुओं के अवशोषण में कोई विशेष कमी नहीं आती है। किन्तु मसूरी रॉक फास्फेट की अधिक मात्रा (160 कि० ग्राम/है०) प्रयोग करने पर तीन भारी धातुओं Cd, Cr तथा Pb के अवशोशण में कमी आती है। जिंक (Zn) के अवशोषण में कोई कमी नहीं दिखाई देती बल्कि वृद्धि ही परिलक्षित होती है। ऐसा घरेलू अवमल में जिंक (Zn) का पहले से ही अधिक मात्रा में होना हो सकता है। स्मरण रहे, कि चौलाई की पत्तियों की गुणवत्ता पर इस वाहित मल-जल या अवमल के प्रयोग का कोई विपरीत प्रभाव दिखायी नहीं दिया।

इसी तरह के परिणाम हमें अपने पूर्व प्रयोगों में (पालक तथा मेंथी के साथ) भी प्राप्त हुए हैं[7]। फिर भी इस बात की संस्तुति की जाती है कि वाहित मल जल एवं अवमल का उपयोग अकेले न करके खेतों में कार्बन तथा फास्फोरस की पूर्ति करने के बाद ही किया जाना चाहिए।

निर्देश

1. मिश्रा, एस० जी०, श्रीवास्तव, सी० पी० तथा दिनेश मणि, **विज्ञान परिषद् अनुसंधान पत्रिका**, 1998, **31**, 185-189.
2. डोडी, आर० एन० तथा लारसन, डब्ल्यू० ई०, J. Environ. Qual. 1975, **4**, 278-82.
3. कौंसिल फॉर एग्रीकल्चर साइंस एण्ड टेक्नोलाजी, 1976, रिपोर्ट न० 64 CAST, Iowa State University, America, Iowa, U. S. A.
4. जारविस, एस० सी०, जोन्स, एल० एच० पी० तथा हॉयर, एम० जे०, Plant and Soil, 1976, **44**, 179-91
5. ब्लूमफील्ड, सी०, किल्सो, डब्ल्यू० आई० तथा प्रूडेन, जी०, Soil Sci., 1976, **27**, 31
6. स्ट्रिकलैण्ड, आर० सी०, चने, डब्ल्यू० आर० तथा लमोरेक्स, आर० जे०, Plant and Soil, 1979, **52**, 393-402
7. मिश्रा, एस० जी० तथा दिनेश मणि, **विज्ञान परिषद् अनुसंधान पत्रिका**, 1990, **33**, 193-199

Vijnana Partshad Anusandhan Patrika, Vol. 36, No. 3, 1993

$\bar{H}$-फलन एवं गगनबार बहुपद के कुछ परिणाम

हनुमान मल देवडा तथा ए० के० राठी
गणित विभाग, डूंगर महाविद्यालय, बीकानेर

[प्राप्त—जनवरी 1, 1993]

सारांश

इस प्रपत्र का उद्देश्य गगनबार बहुपद पर आधारित आस्के के बहुविख्यात परिणाम के प्रयोग द्वारा H-फलन के लिए एक विस्तार प्रमेय स्थापित करना है। इस प्रमेय को पुनः एक नये व रोचक समाकल को स्थापित करने के लिए प्रयोग में लाया गया है जो कि गगनबार बहुपद की लाम्बिकता के गुणधर्म पर आधारित है। प्राचलों के विशिष्टीकरण से हमें कई ज्ञात तथा अज्ञात परिणाम विशिष्ट दशाओं के रूप में प्राप्त होते हैं।

Abstract

Some result involving $\bar{H}$-function and Gegenbauer polynomials. *By* Hanuman Mal Devra and A. K. Rathie, Department of Mathematics, Dungar College, Bikaner (Raj.).

The object of this paper is to establish an expansion theorem for $\bar{H}$-function by utilizing a well known result, Askey's series on Gegenbaur polynomials. This theorem has been further employed to evaluate an integral with the help of the orthogonality property of the Gegenbauer polynomials. These results generalize a number of particular cases on appropriately specializing the parameters.

1. भूमिका

बहुचर्चित फाक्स[4] एवं ब्राक्समा[1] के H-फलन का सार्वीकरण हाल ही में इनायत हुसैन[6] ने $\bar{H}$-फलन द्वारा किया जिसे निम्न रूप में परिभाषित एवं अंकित किया जायेगा।

$$\bar{H}_{p\,q}^{m\,n}\left[z\left|\begin{matrix}{}_1(a_j, A_j, a_j)_n,\ {}_{n+1}(a_j, A_j)_p\\ {}_1(\beta_j, B_j)_m,\ {}_{m+1}(\beta_j, B_j, b_j)_q\end{matrix}\right.\right] \tag{1.1}$$

$$=(2\pi i)^{-1}\int_L \frac{\prod_{j=1}^{m}\Gamma(\beta_j-B_js)\prod_{j=1}^{n}\Gamma^{a_j}(1-a_j+A_js)}{\prod_{j=m+1}^{q}\Gamma^{b_j}(1-\beta_j+B_js)\prod_{j=n+1}^{p}\Gamma(a_j-A_js)}z^s\,ds,$$

जहाँ $a_j\,(j=1, \ldots, p)$ तथा $\beta_j\,(j=1, \ldots, q)$ संमिश्र संख्याएँ हैं तथा $A_j\,(j=1. \ldots, p)$ तथा $B_j\,(j=1, \ldots, q)$ एवं $a_j\,(j=1, \ldots, n)$ तथा $b_j\,(j=m+1, \ldots, q)$ अपरिमेय मान ग्रहण करते हैं। पुन: L मैलिन-बार्नीज प्रकार का एक उपयुक्त कंटूर है और प्राचल इस प्रकार संकुचित रहते हैं कि $\bar{H}$-फलन सार्थक होता है।

इस फलन के लिए हाल ही में बुशमान तथा श्रीवास्तव[1] ने दर्शाया कि (1.1) के दाहिने पक्ष का समाकल पूर्णतया अभिसारी होता है जब कि $\theta>0$ तथा $|\arg z|<\frac{\theta\pi}{8}$, जहाँ

$$\theta=\sum_{j=1}^{m}|B_j|+\sum_{j=1}^{n}|a_j\,A_j|-\sum_{j=m+1}^{q}|b_j\,B_j|-\sum_{j=n+1}^{p}|A_j| \tag{1.2}$$

इस फलन का अध्ययन हाल ही में राठी[8] ने किया। उन्होंने (1.1) के दाहिने पक्ष के समाकल के अभिसारी की तीन अलग-अलग शर्तें ज्ञात कीं। अपने अन्य शोध पत्र में राठी[9] ने दर्शाया कि

$$\bar{H}(z)\sim 0(z^{\lambda}), \tag{1.3}$$

z के अल्पमान के लिए जहाँ

$$\lambda=\min_{i\leqslant j\leqslant m}\left(\frac{\beta_j}{B_j}\right).$$

गगनबार बहुपद : गगनबार बहुपद $c_n^{v}(x)$ को, जो कि लेजेन्ड्र बहुपद का सार्वीकरण है, निम्नवत् परिभाषित किया जाता है।

$$(1-2xt+t^2)^{-v}=\sum_{n=0}^{\infty}c^{v}_n(x)\,t^n \tag{1.4}$$

लाम्बिकता गुणधर्म

$$\int_{-1}^{1}(1-x^2)^{v-1/2}\,c^{v}_n(x)\,c^{n}_m(x)\,dx=h_n\,\delta_{mn}, \tag{1.5}$$

जहाँ

$$h_n=\frac{2^{1-2v}\,\pi\,\Gamma(n+2v)}{n!\,[\Gamma(v)]^2}$$

तथा δ_{mn} क्रोनेकर डेल्टा फलन है, अर्थात्

$$\delta_{mn}=0 \text{ यदि } m\neq n$$

$$=1 \text{ यदि } m=n$$

आस्के की बहुविख्यात श्रेणी

$$(\sin\theta)^{2\beta}\, \overset{\beta}{c_l}\,(\cos\theta)=\sum_{u=0}^{\infty} \overset{\beta,\,\alpha}{A_{u,\,l}}\; \overset{\alpha}{c_{l+2u}}\,(\cos\theta)\,(\sin\theta)^{2\alpha} \tag{1.6}$$

जहाँ

$$\frac{\alpha-1}{2}<\beta<\alpha,\ \overset{\beta,\,\alpha}{A_{u,\,l}}>0$$

तथा

$$\overset{\beta,\,\alpha}{A_{u,\,l}}=\frac{2^{2\alpha-2\beta}\,\Gamma(\alpha)\,(l+2u+\alpha)\,(l+2u)\,!\,\Gamma(l+2\beta)\,\Gamma(l+u+\alpha)\,\Gamma(u+\alpha-\beta)}{l\,!\,u\,!\,\Gamma(\alpha-\beta)\,\Gamma(l+u+\beta+1)\,\Gamma(l+2u+2\alpha)} \tag{1.7}$$

जब $\alpha=1$ तो (1.6) सीजीगो[4] द्वारा प्राप्त निम्न श्रेणी में परिवर्तित हो जाता है

$$(\sin\theta)^{2\beta-1}\, \overset{\beta}{c_l}\,(\cos\theta)=\sum_{u=0}^{\infty} \overset{\beta}{A_{u,l}}\,\sin\,(l+2u+1)\theta \tag{1.8}$$

जहाँ

$$\beta>0,\ \beta\neq 1,\ 2,\ \ldots$$

तथा

$$\overset{\beta}{A_{u,l}}=\frac{2^{2-2\beta}\,(l+u)\,!\,\Gamma(l+2\beta)\,\Gamma(u-\beta+1)}{u\,!\,l\,!\,\Gamma(\beta)\,\Gamma(1-\beta)\,\Gamma(l+u+\beta+1)} \tag{1.9}$$

पुनः यदि (1.8) में $l=0$ तथा $\beta=1-s$ लें तो हमें मेकरॉबर्ट[7] द्वारा प्राप्त श्रेणी मिलती है।

गगनबार बहुपद के लिए प्रसार सूत्र

$$\overset{v}{c_n}\,(\cos\theta)=\sum_{k=0}^{n}\frac{(-n)_k\,(v)_k\,(v)_n}{k!\,n!\,(1-v-n)_k}\cos\,(n-2k)\theta \tag{1.10}$$

2. प्रमुख परिणाम

इस खण्ड में $\bar{H}$-फलन के लिए निम्न प्रमेय सिद्ध किया जायेगा।

$$\sum_{u=0}^{\infty} \bar{H}^{m+2\ \ n+1}_{p+3\ \ q+1}\left[4z\left|\begin{matrix}(z-\alpha-4,\,1;\,1),\,(a_j,\,A_j;\,a_j)_n,\ _{n+1}(a_j,\,A_j)_p,\,(1,\,1),\,(l+2+u,\,1)\\ (l+2,\,2),\,(\beta_j,\,B_j)_m,\ _{m+1}(\beta_j,\,B_j;\,b_j)_q,\,(z-\alpha,\,1;\,1)\end{matrix}\right.\right]$$

$$\times \frac{2^{2\alpha-2}\,(l+2u+\alpha)\,(l+2u)\,!\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(l+u+\alpha)}{l!\,u!\,\Gamma(l+2u+2\alpha)}\;\overset{\alpha}{c}_{l+2u}\,(\cos\theta)\,(\sin\phi)^{2\alpha} \tag{2.1}$$

$$=\sin^2\phi \sum_{k=0}^{l} \frac{(-1)_k}{k!\,l!}\cos(l-2k)\phi$$

$$\times \bar{H}^{m+2\;n+1}_{p+4\;q+3}\left[\frac{z}{\sin^2\phi}\middle|\begin{matrix}(l+1,1;1),(a_j,A_j:a_j)_n,{}_{n+1}(a_j,A_j)_p,\;(1,1),(1,1)\\(k+1,1),(l+1,1),(\beta_j,B_j)_m,{}_{m+1}(\beta_j,B_j,b_j)_q,\;(i-k+1,1;1)\end{matrix}\right]$$

जहाँ

$$0\leqslant\phi\leqslant\pi,\ \theta>0,\ |\arg z|<\frac{\theta\pi}{2},$$

θ वैसा ही है जो (1.2) में दिया गया है।

उपपत्ति : (2.1) को सिद्ध करने के लिए (2.1) के वामपक्ष को I से सूचित करते हैं, फिर (1.1) की सहायता से $\bar{H}$-फलन को कंटूर समाकल में परिवर्तित करते हैं—

$$I=\sum_{u=0}^{\infty}\frac{1}{2\pi i}\int_L \theta(s)\,z^s\,\frac{\Gamma(\alpha+u-1+s)\,\Gamma(l+2-2s)}{\Gamma(l+z+u-s)\,\Gamma(\alpha-1+s)\,\Gamma(1-s)}\,z^{2s}$$

$$\times\frac{z^{2\alpha-2}\,(l+2u+\alpha)\,(l+2u)!\,\Gamma(\alpha)\,\Gamma(l+u+\alpha)}{l!\,u!\,\Gamma(l+2u+2\alpha)}$$

$$\overset{\alpha}{c}_{l+2u}\,(\cos\phi)\,(\sin\theta)^{2\alpha}\,ds$$

अब समाकल व योग का क्रम-परिवर्तन करते हैं जो कि दी गई शर्तों के अन्तर्गत वैध है। फिर यदि हम परिणाम (1.6) का उपयोग करें जब कि $\beta=1-s$ तो

$$I=\frac{1}{2\pi i}\int_L \theta(s)\,z^s\,(\sin\phi)^{2-2s}\,\overset{1-s}{c_l}\,(\cos\phi)\,ds \tag{2.3}$$

पुनः यदि हम परिणाम (1.10) का प्रयोग करें जहाँ $v=1-s$ तथा $n=l$ तो

$$I=\sin^2\phi\,\frac{1}{2\pi i}\int_L \theta(s)\left(\frac{z}{\sin^2\phi}\right)^s ds\sum_{k=0}^{l}\frac{(-l)_k\,(1-s)_k\,(1-s)_l}{k!\,l!\,(s-l)_k}\cos(l-2k)\,\phi \tag{2.4}$$

पुनः समाकल व योग का क्रम परिवर्तित करने पर, थोड़े से सरलीकरण के पश्चात्, प्राप्त फल (1.1) का उपयोग करने से हमें वांछित फल (2.1) प्राप्त होता है।

3. प्रमुख समाकल

इस खण्ड में (2·1) की सहायता से निम्न समाकल का मान ज्ञात किया गया है ।

$$\sum_{k=0}^{l} \frac{(-l)_k}{l!\,k!} \int_0^{\pi} \sin^2\phi \; \overset{\alpha}{c}_{l+2r} (\cos\phi) \cos(l-2k)\phi$$

$$\times \bar{H}^{m+2\; n+1}_{p+4\; q+2} \left[\frac{z}{\sin^2\phi} \middle| \begin{matrix} (l+1,\, 1;\, 1),\, (a_j,\, A_j;\, a_j)_{n},\; {}_{n+1}(a_j,\, A_j)_p, \\ (k+1,\, 1),\, (l+1,\, 1),\, (\beta_j,\, B_j)_m,\; {}_{m+1}(\beta_j,\, B_j,\, b_j)_q, \end{matrix} \right.$$

$$\left. \begin{matrix} (1,\, 1),\, (1,\, 1) \\ (l-k+1),\, (1;\, 1) \end{matrix} \right] \qquad (3.1)$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\Gamma(l+a+r)}{l!\, r!\, \Gamma(a)}$$

$$\times \bar{H}^{m+2\; n+1}_{p+3\; q+2} \left[4z \middle| \begin{matrix} (2-a-r,\, 1;\, 1),\, (a_j,\, A_j;\, a_j)_n,\; {}_{n+1}(a_j,\, A_j)_p, \\ (l+2,\, 1),\, (\beta_j,\, B_j)_m,\; {}_{m+1}(\beta_j,\, B_j,\, b_j)_q, \end{matrix} \right.$$

$$\left. \begin{matrix} (1,\, 1),\, (l+r+2,\, 1) \\ (z-a,\, 1;\, 1) \end{matrix} \right]$$

जहाँ

$$0 \leqslant \phi \leqslant \pi,\; r=0,\, 1,\, 2,\, \ldots,\; \theta > 0,\; |\arg z| < \frac{\theta\pi}{2},\; \theta$$

वही है जो (1·2) में दिया गया है ।

उपपत्ति :

समाकल (3·1) को सिद्ध करने के लिए परिणाम **(2·1)** के दोनों पक्षों को

$$\overset{\alpha}{c}_{l,\, 2r} (\cos\phi)$$

से गुणा करके ϕ के सापेक्ष 0 से π के मध्य समाकलित करते हैं, फिर समाकल व योग का क्रम-परिवर्तन (जो कि दी गई शर्तों के अन्तर्गत वैध है) करने पर

$$\sum_{u=0}^{\infty} \bar{H}^{m+2\; n+1}_{p+3\; q+2} \left[4z \middle| \begin{matrix} (2-a-u,\, 1;\, 1),\, (a_j,\, A_j;\, a_j)_n,\; {}_{n+1}(a_j,\, A_j)_p,\, (1,\, 1), \\ (l+2,\, 2),\, (\beta_j,\, B_j)_m,\; {}_{m+1}(\beta_j,\, B_j;\, b_j)_q, \end{matrix} \right.$$

$$\left. \begin{matrix} (l+u+2,\, 1) \\ (2-a,\, 1;\, 1) \end{matrix} \right]$$

$$\times \frac{2^{2a-2}(l+2u+a)(l+2u)!\,\Gamma(a)\,\Gamma(u=l+a)}{l!\,u!\,\Gamma(l+2u+2a)}$$

$$\times \int_0^{\pi} \overset{a}{c}_{l+2u}(\cos\phi)(\sin\phi)^{2a}\ \overset{\alpha}{c}_{l+2r}(\cos\phi)\,d\phi \tag{3.2}$$

$$= \sum_{k=0}^{l} \frac{(-l)k}{l!\,k!} \int_0^{\pi} \sin^2\phi\ \overset{a}{c}_{i+2r}(\cos\phi)\cos(l-2k)\phi$$

$$\times \bar{H}^{m+2\ n+1}_{p+4\ q+3}\left[\frac{z}{\sin^2\phi}\middle|\begin{matrix}(l+1,1),(a_j,A_j;a_j)_n,\ {}_{n+1}(a_j,A_j)_p,\ (1,1),(1,1)\\(k+1,1),(l+1,1),(\beta_j,B_j)_m,\ {}_{m+1}(\beta_j,B_j;b_j)_q,\ (l-k+1,1;1)\end{matrix}\right]$$

अब यदि (3.2) के वाम पक्ष को (1.5) की सहायता से, जहाँ $m=n$; $v=\alpha$, $x=\cos\phi$ तो थोड़े से सरलीकरण के पश्चात् हमें वांछित समाकल की प्राप्ति होती है ।

4. विशिष्ट दशायें

चूंकि $\bar{H}$-फलन एकचर का बहुत ही व्यापक फलन है जिसमें फाक्स का H-फलन एवं माइजर का G-फलन निहित है अतः प्राचलों के विशिष्टीकरण से हमें मणिलाल शाह[11], रूप नारायण[10] एवं मेकरावर्ट[7] के द्वारा दिये गये रोचक परिणाम प्राप्त होते हैं; परन्तु स्थानाभाव के कारण उन्हें हम यहाँ नहीं दे रहे हैं ।

निर्देश

1. आस्के, आर०, Proc. Amer. Math. Soc., 1955, **16**, 1191-94
2. ब्राक्समा, बी० एल० जे०, Composite Math. 1964, **15**, 239-341
3. बुशमान, आर० जी० तथा श्रीवास्तव, एच० एम०, J. Phys, A. Math. Gen., 1990, **23** 4707-10.
4. सिजीगो, ज़ी०, Proc. Amer. Math. Soc., Colloq. Publ., 1959, **23**,
5. फाक्स, सी०, Trans. Amer. Math. Soc., 1961, **98**, 395-429
6. इनायत हुसेन, ए० ए०, J. Phys. A. Math. Gen.
7. मेक्राबर्ट, टी० एम०, Math. Z., 1961, **75**, 79-82
8. राठी, ए० के०, On a study of $\bar{H}$-function, (प्रकाशनार्थ प्रेषित)
9. राठी, ए० के०, Math. Education, 1993, (प्रकाशनार्थ स्वीकृत)
10. रूप नारायण, Composite Math., 1966, **17**, 149, 151
11. शाह, मणिलाल, Istanbul Teknik Univ. Bulteni, 1972, **25**, 111-129

Vijnana Parishad Anusandhan Patrika, Vol. 36, No. 3, 1993

फूरियर श्रेणी के एक वर्ग की $[S, a_n]$ संकलनीयता

कविता गुरु तथा एस० के० श्रीवास्तव
गणित विभाग, डॉ० हरी सिंह गौड़ विश्वविद्यालय, सागर (म० प्र०)

[प्राप्त—सितम्बर 27, 1991]

सारांश

प्रस्तुत प्रपत्र में फूरियर श्रेणी के एक वर्ग की $[S, a_n]$ संकलनीयता पर एक प्रमेय की स्थापना फूरियर श्रेणी के समरूप दशा के ही समान लेबेस्क प्रकार की दशा के अन्तर्गत की गई है।

Abstract

$[S, a_n]$ **summability of a class of Fourier series.** *By* Kavita Guru and S. K. Shrivastava, Department of Mathematics, Dr. H. S. Gour University, Sagar (M. P.).

The authors have established in this note, a theorem on $[S, a_n]$ summability of a class of Fourier series under a condition analogous to a Lebesgue[3] type condition for the convergence of Fourier series.

1. **परिभाषा** : सर्वप्रथम मायर तथा शर्मा[2] ने इसको प्रचारित किया और इनका नाम $[S, a_n]$ विधि रखा।

माना $\{a_j\}_0^\infty$ असली अथवा संमिश्र संख्याओं का दिया हुआ अनुक्रम है। हम कहेंगे कि $\{a_j\}_0^\infty$ है $\{S_j\}_0^\infty$ का रूपान्तर अर्थात् श्रेणी Σa_n के आंशिक योगफलों का अनुक्रम है यदि

$$\sigma_n = \sum_{k=0}^{\infty} a_{n,k} S_k \; (n=0, 1, 2, \ldots) \tag{1.1}$$

ाभिसरण करता है जहाँ $(a_{n,k})$ को सर्वसमिका (आइडेन्टिटी)

$$\prod_{j=1}^{n} \frac{1-a_j}{1-a_j\theta} = \sum_{k=0}^{\infty} a_{n,k}\, \theta^k \tag{1.2}$$

द्वारा किया जाता है।

अनुक्रम $\{S_j\}$ σ तक $[S, a_n]$ संकलनीय कहा जाता है यदि

$$\lim_{n\to\infty} \sigma_n = \sigma$$

2. माना $f(x)$ θ $L(0, 2\pi)$ तथा इस परास के बाहर आवर्त 2π के साथ आवर्ती है। माना कि इस फलन से सम्बद्ध फूरियर श्रेणी

$$\tfrac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(x) \tag{2.1}$$

है तथा सदा की भाँति हम अंकित करेंगे कि

$$\phi(t) = \phi_x(t) = \tfrac{1}{2}\{f(x+t) + f(x-t) - 2s\}, \tag{2.2}$$

s अचर है।

अपरंच,

$$U_N = 1 + 2 \sum_{j=0}^{N} \frac{\alpha_j}{1-\alpha_j} \tag{2.3}$$

$$T_N = 2 \sum_{j=2}^{N} \frac{\alpha_j}{(1-\alpha_j)^2} \tag{2.4}$$

मायर तथा शर्मा[2] ने $[S, \alpha_n]$ विधि की नियमितता के बारे में निम्नलिखित प्रमेय को सिद्ध किया है।

प्रमेय A

माना कि अनुक्रम $\{\alpha_j\}$ से निम्नांकित की तुष्टि होती है

$$|\alpha_j| < 1 (j = 0, 1, 2, \ldots) \tag{2.5}$$

$$H = \prod_{j=0}^{\infty} \frac{|1-\alpha_j|}{1-|\alpha_j|} < \infty \tag{2.6}$$

$$\sum_{0}^{\infty} |\alpha_j| = \infty. \tag{2.7}$$

तो $[S, \alpha_n]$ रूपान्तर नियमित है।

वर्मा[4] ने संकलनीयता की $[S, \alpha_n]$ विधि का अध्ययन निम्नलिखित प्रमेय को सिद्ध करने के लिए किया ।

प्रमेय B : यदि

$$\int_0^t |\phi(t)|\, dt = 0(t), \text{ as } t \to 0 \tag{2.8}$$

तथा

$$\lim_{n > \infty} \int_{2\pi/V_n}^{\xi} \frac{|\phi(t) - \phi(t + 2\pi/V_n)|}{t} \cdot \exp\left(-\frac{T_n t^2}{4}\right) dt$$

ज्यों-ज्यों $t \to 0$

जहाँ ξ धनात्मक अचर है तो F की फूरियर श्रेणी $[S, \alpha_n]$ है जो बिन्दु x पर S में संकलनीय है ।

सचान[5] ने फूरियर श्रेणी के एक प्रकार की टेलर संकलनीयता के लिए निम्नलिखित प्रमेय को सिद्ध किया है ।

प्रमेय C : यदि

$$\phi(t) = \int_0^t |\phi(t)|\, dt = 0\left(\frac{t}{\log 1|t}\right). \text{ ज्यों ज्यों } t \to 0 \tag{2.9}$$

तो F की फूरियर श्रेणी बिन्दु x पर तो S तक टेलर-संकलनीय है ।

इस प्रपत्र में हमने फूरियर श्रेणी की संकलनीयता की $[S, \alpha_n]$ विधि का अध्ययन किया है जिसमें सचान की टेलर-संकलनीयता का सार्वीकरण हुआ है ।

वस्तुतः हम निम्नलिखित प्रमेय को सिद्ध करेंगे ।

प्रमेय : यदि

$$\phi(t) = \int_0^t |\phi(t)|\, dt = 0\left(\frac{t}{\log 1/t}\right). \text{ ज्यों-ज्यों } t \to 0.$$

तो F की फूरियर श्रेणी बिन्दु x पर S तक $[S, \alpha_n]$ संकलनीय है ।

3. हमें अपने प्रमेय की उपपत्ति के लिए निम्नलिखित की आवश्यकता होगी ।

माना

$$k_n(t)=e^{it}\underset{j=0}{\overset{n}{\pi}}\frac{1-\alpha i}{1-\alpha_j\, e^{2it}}$$

तो $0<t<\pi$ के लिए

$$I_m\,|k_n(t)|=0\left(\frac{1}{t\sqrt{T_n}}\right)$$

तथा

$$I_m\,|k_n(t)=0\,(e^{-T_n t^2}\sin(v_n t)$$

(देखें मायर तथा शर्मा[2])

प्रमेयिका 1 :

माना कि $\sigma_n\,[S,\,\alpha_n]$ रूपान्तर है Z^k का,

तो

$$\sigma_n=\sigma_n(Z)=\underset{j=0}{\overset{n}{\pi}}\, b_j(Z)$$

$$[b_j(Z)]^2=\frac{(1-\rho_j)^n}{[1+\rho_j^2-2\rho_v\cos(\theta+\theta_j)]} \tag{3.2}$$

$$=\frac{(1-\rho_j)^2}{1+\rho_j^2-2\rho_j\cos(\theta+\theta_j)}\cdot\frac{|1-\alpha_j|^2}{(1-|\alpha_j|^2)}$$

$$=\beta_j(\theta)\,\frac{(1-\alpha_j)^2}{(1-(\alpha_j))^2}$$

$$\because\ \underset{j=0}{\overset{n}{\pi}}\frac{|1-\alpha_j|}{1-|\alpha_j|}<\infty$$

तो

$$\underset{j=0}{\overset{n}{\pi}}\, B_j(\theta)\to 0$$

प्रमेयिका 2 :

$$\frac{(1-\rho_j)^n}{(1+\rho_j-2\rho_j\cos)^{n/2}}=0\,\{\exp\,(-A_n\,t^2)\}$$

$$[0\leqslant t\leqslant\pi/2]$$

$$=\frac{(1-\rho_j)^{n+1}}{R^{n+1}}\sin\{nt+(n+1)v\}$$

$$=\frac{(1-\rho_j)^{n+1}\sin\left[nt+(n+1)\tan^{-1}\left(\frac{\rho_j\sin t}{1-\rho_j\cos t}\right)\right]}{(1+\rho_j^2-2\rho_j\cos t)^{n+1/2}} \tag{3.3}$$

4. निम्नलिखित का उपयोग करने पर

$$\sin nt+(n+1) \tan^{-1}\left(\frac{\rho_j \sin t}{1-\rho_j \cos t}\right)$$

$$=0\left(\frac{nt}{1-\rho_j}\right)$$

$$\because 0<t<1/n \tag{4.1}$$

प्रमेयिका 3 :

माना कि मैट्रिक $(a_{n,k})$ (1.2) द्वारा परिभाषित होता है तो

$$\sum_{k=0}^{\infty} (a_{n,k}) \sin kt$$

$$=\frac{(1-\rho_j)^{n+1} \sin \left\{nt+(n+1) \tan^{-1}\left(\frac{\rho_j \sin t}{1-\rho_j \cos t}\right)\right\}}{(1+\rho_j^2-2\rho_j \cos t)^{(n+1)/2}} \tag{4.2}$$

उपपत्ति : यदि

$$r=\rho_j$$

$$=I_m\left[\frac{(1-\rho_j)^{n+1} e^{int}}{(1-\rho_j e^{it})^{n+1}}\right]$$

$$=I_m\left[\frac{(1-\rho_j)^{n+1} e^{int}}{R^{n+1} e^{-i(n+1)v}}\right]$$

जहाँ

$$1-\rho_j e^{it}=R e^{-iv}$$

$$=0\left(\frac{n}{1-\rho_j}\right)\int_0^{-1\rho_j/n} |\phi(t)| \, dt.$$

$$=0\left(\frac{n}{1-\rho_j}\right) . \, 0\left(\frac{1-\rho_j}{n}\right)$$

$$=0(1), \text{ ज्यों-ज्यों } n\to\infty \tag{4.3}$$

प्रमेय की उपपत्ति :

यह सर्वविदित है कि[6]

$$S_n-S=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{\phi(t) \sin (k+1/2)t \, dt}{t}+0(1) \tag{5.1}$$

तो

$$\sigma_n - S + 0(1) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} \frac{\phi(t)}{t}\, I_m\Big\{ \sum_{k=0}^{n} a_{n,k} \sin(k+1/2)t\, dt \Big\}$$

$$= \frac{2}{\pi}\Big(\int_0^{(1-\rho j/n)} + \int_{1-\rho j/n}^{(1-\rho j/n)^2} + \int_{(1-\rho j/n)^2}^{\pi}\Big)$$

$$\frac{\phi(t)}{t} I_m\Big\{e^{it/2} \sum_{j=0}^{n} \frac{1-\alpha j}{1-\alpha_j\, e^{it}}\Big\}$$

$$= I_1 + I_2 + I_3,$$

माना जहाँ

$$1/3 < \alpha < 1/2 \qquad (5.2)$$

सर्वप्रथम हम I_3 पर विचार करेंगे

$$|I_3| = 0(1) \int_{(1-\rho j/n)^2}^{\pi} \frac{|\phi(t)|}{t.t\,\sqrt{n}}\, dt$$

$$= 0\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\Big[\, 0\Big(T_n^{a} \Big)\Big]$$

खण्डश: समाकलन तथा परिकल्पना द्वारा

$$= 0(1) \text{ ज्यों-ज्यों } n \to \infty \text{ क्योंकि } \alpha < 1/2$$

अपरंच

$$|I_1| = 0(1) \int_0^{1-\rho j/n} \frac{|\phi(t)|}{t} e^{-T_n\, t^2/4} \,.\, \sin(\nu_n+1)/2 \,.\, dt$$

परिकल्पना (2.8) से

$$= 0(\nu_n)\; 0\Big(\frac{1}{\nu_n}\Big)$$

$$= 0(1) \qquad (5.2)$$

अन्तत:

$$I_2 = 0(1) \int_{1-\rho j/n}^{(1-\rho_i/n)^2} \frac{\phi(t)}{t}\, e^{-T_n\, t^2/4} \,.\, \sin \nu n^{t/2}\, dt$$

$$= 0(1) \int_{1-\rho i/n}^{1-\rho j/n)^2} \frac{\phi(t)}{|t} \left[\frac{(1-\rho_j)^{n+1} \sin\Big\{nt + (n+1)\tan^{-1} \dfrac{\rho_j \sin t}{1-\rho_j \cos t}\Big\}}{1+\rho_j^2 - 2\rho_j \cos t^{n+1/2}}\right]$$

$$=0\left[\exp\left\{-A(n+1)\frac{(1-\rho_j)^2}{n^2}\right\}\right]$$

$$.\int_{1-\rho j/n}^{(1-\rho j/n)^2}\frac{|\phi(t)|}{t}\,dt$$

$$=0(1)\left[0(1)+\int_{1-\rho j/n}^{(1-\rho j/n)^2} 0\left\{\frac{1}{t(\log 1/t)}\right\} dt\right]$$

$$=0(1)+0(\log a)$$

$$=0(1)$$

ज्यों-ज्यों $n\to\infty$

$$\because\quad 1/3<\alpha<1/2$$

(5.2), (5.3), (5.4) तथा (5.5) के संकलन से प्रमेय की उपपत्ति पूरी होती है।

निर्देश

1. हार्डी, जी० एच०, Divergent series, Oxford University Press, 1956
2. मायर, ए० तथा शर्मा, ए०, PCPS, 1970, **67**, 61-66
3. लेबेस्क, एच०, Math. Annalen, 1903, **61**, 251-280
4. वर्मा, एस० के०, पी० एच-डी० थीसिस, सागर विश्वविद्यालय, 1983, p. 84-21
5. सचान, एम० पी०, **विज्ञान परिषद अनुसन्धान पत्रिका**, 1982, **26**, 21-26
7. जिगमुण्ड, ऐ०, Trigonometrical series, कैम्ब्रिज यूनिवर्सिटी प्रेस, **1966**

लेखकों से निवेदन

1. विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका में वे ही अनुसन्धान लेख छापे जा सकेंगे, जो अन्यत्र न तो छपे हों और न आगे छापे जायँ। प्रत्येक लेखक से इस सहयोग की आशा की जाती है कि इसमें प्रकाशित लेखों का स्तर वही हो जो किसी राष्ट्र की वैज्ञानिक अनुसन्धान पत्रिका का होना चाहिये।

2. लेख नागरी लिपि और हिन्दी भाषा में पृष्ठ के एक ओर ही सुस्पष्ट अक्षरों में लिखे अथवा टाइप किये आने चाहिये तथा पंक्तियों के बीच में पार्श्व संशोधन के लिये उचित रिक्त स्थान होना चाहिए।

3. अंग्रेजी में भेजे गये लेखों के अनुवाद का भी कार्यालय में प्रबन्ध है। इस अनुवाद के लिये तीन रुपये प्रति मुद्रित पृष्ठ के हिसाब से पारिश्रमिक लेखक को देना होगा।

4. लेखों में साधारणतया यूरोपीय अक्षरों के साथ रोमन अंकों का व्यवहार भी किया जा सकेगा, जैसे $(K_4FeCN)_6$ अथवा $\alpha\beta_1\gamma^4$ इत्यादि। रेखाचित्रों या ग्राफों पर रोमन अंकों का भी प्रयोग हो सकता है।

5. ग्राफों और चित्रों में नागरी लिपि में दिये आदेशों के साथ यूरोपीय भाषा में भी आदेश दे देना अनुचित न होगा।

6. प्रत्येक लेख के साथ हिन्दी में और अँग्रेजी में एक संक्षिप्त सारांश (Summary) भी आना चाहिये। अंगेजी में दिया गया यह सारांश इतना स्पष्ट होना चाहिये कि विदेशी संक्षिप्तियों (Abstract) में इनसे सहायता ली जा सकेंगे।

7. प्रकाशनार्थ चित्र काली इंडिया स्याही से ब्रिस्टल बोर्ड कागज पर बने आने चाहिये। इस पर अंक और अक्षर पेन्सिल से लिखे होने चाहिये। जितने आकार का चित्र छापना है, उसके दुगुने आकार के चित्र तैयार होकर आने चाहिये। चित्रों को कार्यालय में भी आर्टिस्ट से तैयार कराया जा सकता है, पर उसका पारिश्रमिक लेखक को देना होगा। चौथाई मूल्य पर चित्रों के ब्लाक लेखकों के हाथ बेचे भी जा सकेंगे।

8. लेखों में निर्देश (Reference) लेख के अन्त में दिये जायँगे।
   पहले व्यक्तियों के नाम, जर्नल का संक्षिप्त नाम, फिर वर्ष, फिर भाग (Volume) और अन्त में पृष्ठ संख्या। निम्न प्रकार से—

   फॉवेल, आर० आर० और म्युलर, जे०, जाइट फिजिक० केमि०, 1928, 150, 80।

9. प्रत्येक लेख के 50 पुनर्मुद्रण (रिप्रिन्ट) मूल्य दिये जाने पर उपलब्ध हो सकेंगे।

10. लेख "सम्पादक, विज्ञान परिषद् अनुसन्धान पत्रिका, विज्ञान परिषद्, महर्षि दयानन्द मार्ग, इलाहाबाद-2" इस पते पर आने चाहिये। आलोचक की सम्मति प्राप्त करके लेख प्रकाशित किये जाएँगे।

प्रबंध सम्पादक

प्रधान सम्पादक
स्वामी सत्य प्रकाश सरस्वती

Chief Editor
wami Satya Prakash Saraswati

सम्पादक
डा० चन्द्रिका प्रसाद
डी० फिल०

Editor
Dr. Chandrika Prasad

प्रबन्ध सम्पादक
डॉ० शिवगोपाल मिश्र,
एम० एस-सी०, डी० फिल०

Managing Editor
Dr. Sheo Gopal Misra,
M. Sc.. D. Phil., F. N. A. Sc.

मूल्य

वार्षिक मूल्य : 30 रु० या 12 पौंड या 40 डालर
त्रैमासिक मूल्य ; 8 रु० या 3 पौड या 10 डालर

Rates

Annual Rs. 30 *or* 12 £ *or* $ 40
Per Vol. Rs. 8 *or* 3 £ *or* $ 10

Vijnana Parishad
Maharshi Dayanand Marg
Allahabad, 211002
India

प्रकाशक :
विज्ञान परिषद्,
महर्षि दयानन्द मार्ग,
इलाहाबाद-2

मुद्रक : प्रसाद मुद्रणालय,
7 बेली ऐवेन्यू,
इलाहाबाद